高一 10 月联考 数学试题 答案

1-8　CDBB　CCAA　　9、AB　10、ABC　11、ABD　12、ACD

13、2　14、$\exists x \in [0,+\infty), x^2 - x + 1 \le 0$　15、$\{x \mid -1 < x \le 5\}$　16、$(2,\frac{5}{2})$　$[2,\frac{10}{3})$

17、【答案】（1）因为集合 $A=\{x|3 \le x < 7\}$，$B=\{x|2<x<10\}$

所以 $A \cup B=\{x|2<x<10\}$，

（2）由（1）知 $A \cup B=\{x|2<x<10\}$，

①当 $C=\varnothing$ 时，满足 $C \subseteq (A \subset B)$，此时 $5-a \ge a$，得 $a \le \frac{5}{2}$；

②当 $C \ne \varnothing$ 时，要 $C \subseteq (A \cup B)$，则 $\begin{cases} 5-a<a \\ 5-a \ge 2 \\ a \le 10 \end{cases}$，解得 $\frac{5}{2}<a \le 3$；

由①②得，$a \le 3$，

综上所述，所求实数 a 的取值范围为 $(-\infty,3]$.

18、（1）若命题p为真命题，则$\Delta = 4+12m<0$，解得$m<-\frac{1}{3}$,

所以实数m的取值范围是$\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$;

（2）若命题q为假命题，则q的否定“$\forall x \in R$，$x^2+4mx+1 \ge 0$”为真命题，

则$\Delta = 16m^2-4 \le 0$，解得$-\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2}$，所以实数m的取值范围是$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$;

（3）由（1）（2）可知若命题p与命题q均为真命题，则$\begin{cases} m<-\frac{1}{3}, \\ m<-\frac{1}{2}\text{或}m>\frac{1}{2}, \end{cases}$ 解得$m<-\frac{1}{2}$.

故命题p与命题q中至多有一个为真命题时，m≥$-\frac{1}{2}$,

所以实数m的取值范围是$[-\frac{1}{2},\ +\infty)$

19、【答案】(1)解：若选①，若$1=a^2-2a+2$，解得$a=1$，不符合条件.

若$1=a-1$，解得$a=2$，则$a^2-2a+2=2$符合条件.

将$a=2$代入不等式$ax^2-3x-a>0$并整理得$(x-2)(2x+1)>0$，

解得$x>2$或$x<-\frac{1}{2}$，故$A=\left\{x \middle| x<-\frac{1}{2}\text{或}x>2\right\}$.

若选②，因为不等式$1<ax+b\le 3$的解集为$\{x|3<x\le 4\}$，

所以$\begin{cases}3a+b=1\\4a+b=3\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=2\\b=-5\end{cases}$.

将$a=2$代入不等式整理得$(x-2)(2x+1)>0$，解得$x>2$或$x<-\frac{1}{2}$.

故$A=\left\{x\middle|x<-\frac{1}{2}\text{或}x>2\right\}$.

(2)$\because A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$，又$\because B\ne\varnothing$，$\therefore\begin{cases}k+2>2k\\k+2<-\frac{1}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}k+2>2k\\2k\ge 2\end{cases}$，

$\therefore k<-\frac{5}{2}$或$1\le k<2$，$\therefore k\in\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)\cup[1,2)$.

20、【答案】

（1）由题意可得$ax^2+(1-a)x+a-2\ge -2\Rightarrow ax^2+(1-a)x+a\ge 0$对一切实数成立，当$a=0$时，$x\ge 0$

不满足题意；当$a\ne 0$时，得$\begin{cases}a>0\\(1-a)^2-4a^2\le 0\end{cases}\Rightarrow a\ge\frac{1}{3}$.所以实数$a$的取值范围为$\left\{a\middle|a\ge\frac{1}{3}\right\}$.

（2）由题意可得$ax^2+(1-a)x+a-2<a-1\Rightarrow ax^2+(1-a)x-1<0$，

当$a=0$时，不等式可化为$x<1$，所以不等式的解集为$\{x|x<1\}$，

当$a>0$时，$ax^2+(1-a)x-1<0\Rightarrow(ax+1)(x-1)<0\Rightarrow -\frac{1}{a}<x<1$，

当$a<0$时，$ax^2+(1-a)x-1<0\Rightarrow(ax+1)(x-1)<0$，

① 当$a=-1$，解集$\{x|x\ne 1\}$，

② 当$-1<a<0$，解集为$\left\{x\middle|x<1\text{或}x>-\frac{1}{a}\right\}$，

③ 当$a<-1$，解集为$\left\{x\middle|x>1\text{或}x<-\frac{1}{a}\right\}$.

综上所述，当$a<-1$，不等式的解集为$\left\{x\middle|x>1\text{或}x<-\frac{1}{a}\right\}$，

当$a=-1$，不等式的解集为$\{x|x\ne 1\}$，

当$-1<a<0$，不等式的解集为$\left\{x\middle|x<1\text{或}x>-\frac{1}{a}\right\}$，

当$a=0$时，不等式的解集为$\{x|x<1\}$，

当$a>0$时，不等式的解集为$\left\{x\middle|-\frac{1}{a}<x<1\right\}$.

21、解析:（1）因为$ab=2,(a+1)(b+2)h=2$，・・・・・・・1分

所以$h=\frac{2}{(a+1)(b+2)}=\frac{2}{ab+2a+b+2}=\frac{2}{2a+b+4}\le\frac{2}{2\sqrt{2ab}+4}=\frac{1}{4}$・・・・3分

当且仅当$2a=b$即$a=1,b=2$时等号成立。

所以新长方体高的最大值为$\frac{1}{4}$……………………2分

（2）设点P（x，0），则x>0，

由题得$\frac{PB^2}{PA}=\frac{(x+2)^2+1}{x+1}=\frac{x^2+4x+5}{x+1}=\frac{(x+1)^2+2(x+1)+2}{x+1}$

$=x+1+\frac{2}{x+1}+2\ge 2\sqrt{2}+2$・・・・・・・・・・・4分

当且仅当$x+1=\frac{2}{x+1}$，即x=$\sqrt{2}-1$，等号成立。

所以当P($\sqrt{2}-1$，0)时，$\frac{PB^2}{PA}$最小值为$2\sqrt{2}+2$・・・・・・・・2分

22、【答案】

(1)$a^2-b^2=(a^2-b^2)\times 1=(a^2-b^2)(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2})=x^2+y^2-(\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2})$,

又$\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2}\ge 2\sqrt{\frac{b^2x^2}{a^2}\cdot\frac{a^2y^2}{b^2}}=2|xy|$，当且仅当$\frac{b^2x^2}{a^2}=\frac{a^2y^2}{b^2}$时等号成立,

所以$x^2+y^2-(\frac{b^2x^2}{a^2}+\frac{a^2y^2}{b^2})\le x^2+y^2-2|xy|\le x^2+y^2-2xy=(x-y)^2$,

所以$a^2-b^2\le(x-y)^2$，当且仅当$\frac{b^2x^2}{a^2}=\frac{a^2y^2}{b^2}$且$x,y$同号时等号成立．此时$x,y$满足$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$；

(2)令$x=\sqrt{3m-5}$，$y=\sqrt{m-2}$，构造$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$,

所以$x^2-3y^2=1$，即$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{\frac{1}{3}}=1$，因此$a^2=1,b^2=\frac{1}{3}$,

所以$M=\sqrt{3m-5}-\sqrt{m-2}=x-y\ge\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

取等号时，$\frac{1}{3}x^2=3y^2$且x,y同正,

结合$x^2-3y^2=1$，解得$x=\frac{\sqrt{6}}{2},y=\frac{\sqrt{6}}{6}$，即$\sqrt{3m-5}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$m=\frac{13}{6}$.

所以$m=\frac{13}{6}$时，M取得最小值$\frac{\sqrt{6}}{3}$.