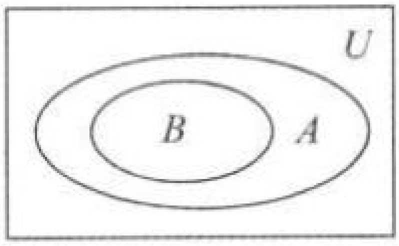
江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期10月月考高一数学复习试卷（2）

一、单选题

1. 已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2,3\}$，集合A与B的关系如图所示，则集合B可能是 (   )



A. $\{2,4,5\}$　　B. $\{1,2,5\}$　　C. $\{1,6\}$　　D. $\{1,3\}$

2. 若$a<0$，$-1<b<0$，则下列正确的是 (   )

A. $a>ab>ab^2$　　B. $ab>a>ab^2$　　C. $ab^2>ab>a$　　D. $ab>ab^2>a$

3. “$a=-1$”是“函数$y=ax^2+2x-1$的图象与x轴只有一个交点”的 (   )

A. 充要条件　　B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 下列说法正确的是．(   )

A. 命题“若$x>1$，则$\frac{1}{x}<1$”为真命题

B. “$x=-1$是$x^2-5x-6=0$”的必要不充分条件

C. 命题“若实数x满足$x^2-3x+2=0$，则$x=1$或$x=2$”为假命题

D. 命题“$\exists x_0\in R$，使得$x_0^2+x_0+1<0$”的否定是：“$\exists x\in R$，均有$x^2+x+1\geq 0$”

5. 若正实数x，y满足$x+y+xy-3=0$，则$x+y$的最小值为(   )

A. 3　　B. 2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 设a，$b\in R$，$a^2+b^2=k$(k为常数)，且$\frac{1}{a^2+1}+\frac{4}{b^2+1}$的最小值为1，则$k$的值为 (   )

A. 1　　B. 4　　C. 7　　D. 9

二、多选题

7. 对任意实数a，b，c，在下列命题中，真命题是 (　)

A. “$ac^2>bc^2$”是“$a>b$”的必要不充分条件

B. “$a^3>b^3$”是“$a>b$”的充要条件

C. “$|a|>a$”是“$a\leq 0$”的充分不必要条件

D. “$a>b$，$c>b$”是“$a>c$”的既不充分也不必要条件

8. 设正实数a，b满足$a+b=1$，则(　)

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$有最小值 4

B. $\sqrt{ab}$有最小值$\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$有最大值$\sqrt{2}$

D. a^2+b^2有最小值$\frac{1}{2}$

9. 命题“$\forall x\in R, 2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”为真命题的一个充分不必要条件是$k\in$(　)

A. $(-3,0)$　　B. $(-3,0]$　　C. $(-3,-1)$　　D. $(-3,+\infty)$

10. 已知关于x的不等式$a\leqslant\frac{3}{4}x^2-3x+4\leqslant b$，下列结论正确的是(　)

A. 当$a<b<1$时，不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集为$\varnothing$

B. 当$a=2$时，不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集可以为$\{x|c\leq x\leq d\}$的形式

C. 不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集恰好为$\{x|a\leq x\leq b\}$，那么$b=\frac{4}{3}$

D. 不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集恰好为$\{x|a\leq x\leq b\}$，那么$b-a=4$

三、填空题

11. 若关于x的不等式$ax^2-6x+a^2<0$的非空解集为$\{x|1<x<m\}$，则$m=$_____.

12. 已知$-1<x+y<4$，$2<x-y<4$，则$3x+2y$的取值范围是_____.

13. 已知三个不等式：①$ab>0$; ②$\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$; ③$bc>ad$.若以其中的两个作为条件，余下的一个作为结论，则可以组成_____个正确命题.

14. 方程$x^2+(m-2)x+5-m=0$的两根都大于 2，则m的取值范围是_____.

四、解答题

15. 已知不等式$x^2-4x-12\leq 0$的解集为集合A，不等式$x^2-4x-m^2+4\leq 0$的解集为集合B．(1)求集合A、B；

(2)当$m>0$时，若$x\in A$是$x\in B$成立的充分不必要条件，求实数m的取值范围.

16. 设命题p：对任意$x\in[1,4]$，不等式$x^2-4x+2\geq m^2-3m$恒成立；命题q：存在$x\in[0,\frac{1}{2}]$，使得不等式$x^2-x+m-\frac{5}{4}\geq 0$成立.

(1)若p为真命题，求实数m的取值范围；

(2)若命题p、q有且只有一个是真命题，求实数m的取值范围.

17. 中欧班列是推进与“一带一路”沿线国家道路联通、贸易畅通的重要举措，作为中欧铁路在东北地区的始发站，沈阳某火车站正在不断建设．目前车站准备在某仓库外，利用其一侧原有墙体，建造一间墙高为 3 米，底面为 12 平方米，且背面靠墙的长方体形状的保管员室．由于此保管员室的后背靠墙，无需建造费用，因此甲工程队给出的报价为：屋子前面新建墙体的报价为每平方米 400 元，左右两面新建墙体报价为每平方米 150 元，屋顶和地面以及其他报价共计 7200 元．设屋子的左右两侧墙的长度均为x米$(2 \le x \le 6)$．

(1)当左右两面墙的长度为多少时，甲工程队报价最低？

(2)现有乙工程队也参与此保管员室建造竞标，其给出的整体报价为$\frac{900a(1+x)}{x}$元$(a > 0)$，若无论左右两面墙的长度为多少米，乙工程队都能竞标成功，试求a的取值范围．

18. 已知实数a，b满足 $0 < a < 1$，$0 < b < 1$．

(1)若$a + b = 1$，求$(1 + \frac{1}{a})(1 + \frac{1}{b})$的最小值;

(2)设 $0 < m < 12$，求$\frac{1}{m} + \frac{1}{12-m}$的最小值．

复习试卷（2）答案和解析

1.【答案】D由题图可知$B\subseteq A$.由$A=\{1,2,3\}$，结合选项可知$\{1,3\}\subseteq A$，故选 D.

2.【答案】D 解：$\because a<0$，$-1<b<0$，$\therefore ab>0$，$ab^2<0$

又$-1<b<0$，$\therefore 0<b^2<1$，两边同乘以负数a，可知$ab^2>a$ $\therefore ab>0>ab^2>a$

3.【答案】B解：当$a=-1$时，函数$y=ax^2+2x-1=-x^2+2x-1$的图象与x轴只有一个交点;当$a=0$时，函数$y=ax^2+2x-1=2x-1$的图象与x轴只有一个交点，故函数$y=ax^2+2x-1$的图象与x轴只有一个交点时，$a=-1$或$a=0$，所以“$a=-1$”是“函数$y=ax^2+2x-1$的图象与x轴只有一个交点”的充分不必要条件.

4.【答案】A 解：A.若$x>1$则$\frac{1}{x}<1$是真命题，故本选项正确；

$B.x=-1\Rightarrow x^2-5x-6=0$，但是$x^2-5x-6=0\Rightarrow x=-1$，或$x=6$，故“$x=-1$”是“$x^2-5x-6=0$”的充分不必要条件，故本选项错误；

C.若实数x满足$x^2-3x+2=0$，则$x=1$或$x=2$为真命题，故本选项错误；

D.命题“$\exists x_0\in R$，使得$x_0^2+x_0+1<0$”的否定是：“$\forall x\in R$，均有$x^2+x+1\geq 0$”，故本选项错误。

5.【答案】B 解：$0=x+y+xy-3\leq x+y+(\frac{x+y}{2})^2-3$，

可得$(x+y)^2+4(x+y)-12\geq 0$，

可得$x+y\leq -6$，或$x+y\geq 2$，

因为x，y为正实数，所以$x+y\geq 2$(当且仅当$x=y=1$时取等号)，

所以$x+y$的最小值为 2.

6.【答案】C 【解析】由题得$a^2+1+b^2+1=k+2$，$\therefore \frac{1}{a^2+1}+\frac{4}{b^2+1}=(\frac{1}{a^2+1}+\frac{4}{b^2+1})\cdot\frac{k+2}{k+2}=(\frac{1}{a^2+1}+\frac{4}{b^2+1})\cdot\frac{(a^2+1)+(b^2+1)}{k+2}=\frac{1}{k+2}[5+\frac{b^2+1}{a^2+1}+\frac{4(a^2+1)}{b^2+1}]\geq\frac{1}{k+2}[5+2\sqrt{\frac{b^2+1}{a^2+1}\cdot\frac{4(a^2+1)}{b^2+1}}]=\frac{9}{k+2}=1$，当且仅当$2(a^2+1)=b^2+1$时取等号，$\therefore k=7$.

7.【答案】BCD 解：A.充分性：由$ac^2>bc^2$可得$c^2\neq 0$，两边除以c^2可得$a>b$，故充分性成立;必要性：当$c=0$时，则$ac^2=bc^2$，故必要性不成立.

故“$ac^2>bc^2$”是“$a>b$”的充分不必要条件，故 A 是假命题；

B.由函数$y=x^3$单调性可知，函数在R上是增函数，所以“$a^3>b^3$”是“$a>b$”的充要条件，故 B 是真命题；

C.充分性：由$|a|>a$可得$a<0$，故充分性成立；

必要性：当$a=0$时，则$|a|=a$，故必要性不成立，

故“$|a|>a$”是“$a\leq 0$”的充分不必要条件，故C是真命题；

D.充分性：当$a=2$，$b=1$，$c=3$，满足$a>b$，$c>b$，但$a<c$，故充分性不成立；

必要性：当$a=3$，$c=2$，$b=4$，此时$a<b$，$c<b$，故必要性不成立.

故“$a>b$，$c>b$”是“$a>c$”的既不充分也不必要条件，故D是真命题.

8.【答案】ACD 解：选项A，因为a，b是正实数，

所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{a}+\frac{a+b}{b}=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2+2\sqrt{\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}}=4$(当且仅当$a=b$时取等号)，故$A$正确；

选项B，$1=a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$，则$\sqrt{ab}\leqslant\frac{1}{2}$(当且仅当$a=b$时取等号)，故$B$不正确；

选项$C\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}\leqslant\sqrt{\frac{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$，所以$\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant\sqrt{2}$(当且仅当$a=b$时取等号)，故$C$正确；

选项D，$\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$，则$a^2+b^2\geqslant\frac{1}{2}$(当且仅当$a=b$时取等号)，故$D$正确.

9.【答案】AC解：命题“$\forall x\in R$，$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”是真命题，

当$k=0$时，不等式化为$-\frac{3}{8}<0$，成立;当$k\neq 0$时，只需$\begin{cases}k<0\\ \Delta<0\end{cases}$，即$\begin{cases}k<0\\ \Delta=k^2+3k<0\end{cases}$，解得$-3<k<0$;综上，$k$的取值范围为$(-3,0]$.

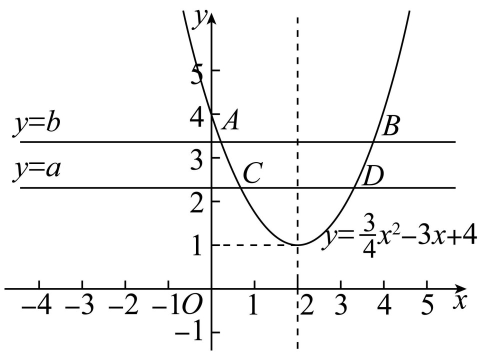
所以$k\in(-3,0)$是命题“$\forall x\in R,2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”为真命题的充分不必要条件，$A$对；

所以$k\in(-3,0]$是命题“$\forall x\in R,2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”为真命题的充要条件，$B$错；

所以$k\in(-3,-1)$是命题“$\forall x\in R,2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”为真命题的充分不必要条件，$C$对；

所以$k\in(-3,+\infty)$是命题“$\forall x\in R,2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”为真命题的必要不充分条件，$D$错.

10.【答案】AD 解:在同一平面直角坐标系中作出函数$y=\frac{3}{4}x^2-3x+4=\frac{3}{4}(x-2)^2+1$的图象及直线$y=a$和$y=b$，如图所示，



由图知，$\frac{3}{4}x^2-3x+4\geqslant 1$，从而当$a<b<1$时，不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集为$\varnothing$，故$A$正确；当$a=2$时，不等式$a\leq\frac{3}{4}x^2-3x+4\leq b$的解集为$\{x|x_A\leq x\leq x_C\}\cup\{x|x_D\leq x\leq x_B\}$的形式，故$B$错误；

由$a \le \frac{3}{4}x^2-3x+4 \le b$的解集为$\{x|a \le x \le b\}$，知$a \le 1$，因此当$x=a$，$x=b$时函数值都是$b$，

由当$x=b$时函数值是b，得$\frac{3}{4}b^2-3b+4=b$，解得$b=\frac{4}{3}$或$b=4$．

当$b=\frac{4}{3}$时，由$\frac{3}{4}a^2-3a+4=b=\frac{4}{3}$，解得$a=\frac{4}{3}$或$a=\frac{8}{3}$，不满足$a \le 1$，不符合题意，

所以$b=4$，由$\frac{3}{4}a^2-3a+4=b=4$，解得$a=0$ 或$a=4$，$a=0$ 满足$a \le 1$，

此时$b-a=4-0=4$，故 C 错误，D 正确．

11.【答案】2 因为$ax^2-6x+a^2<0$ 的非空解集为$\{x|1<x<m\}$.所以$a>0$，$m>1$ 且 1 与m是方程$ax^2-6x+a^2=0$ 的根.则$\begin{cases}1+m=\frac{6}{a}\\m=a,\end{cases}$即 $1+m=\frac{6}{m}$.所以$m^2+m-6=0$，解得$m=-3$(舍去)或$m=2$，故$m=2$．

12.【答案】$-\frac{3}{2}<3x+2y<12$ 解：设$x+y=m$，$x-y=n$，

因此得：$x=\frac{m+n}{2}$，$y=\frac{m-n}{2}$，$-1<m<4$，$2<n<4$，

$3x+2y=3\cdot\frac{m+n}{2}+2\cdot\frac{m-n}{2}=\frac{5m}{2}+\frac{n}{2}$，因为$-1<m<4$，$2<n<4$，

所以$-\frac{5}{2}<\frac{5m}{2}<10$，$1<\frac{n}{2}<2$，因此$-\frac{3}{2}<\frac{5m}{2}+\frac{n}{2}<12$，所以$-\frac{3}{2}<3x+2y<12$.

13.【答案】3 解析 ①②⇒ ③，③①⇒ ②(证明略)

由 ②得$\frac{bc-ad}{ab}>0$，又由 ③得$bc-ad>0$，所以$ab>0 \Rightarrow$ ①．所以可以组成 3 个正确命题．

14.【答案】$(-5,-4]$ 解：$\Delta=(m-2)^2-4(5-m)\ge 0$，即$m\le -4$ 或$m\ge 4$，

设两根分别为x_1，x_2，则$\begin{cases}x_1+x_2=2-m\\x_1x_2=5-m,\end{cases}$由题意得$\begin{cases}(x_1-2)+(x_2-2)>0\\(x_1-2)(x_2-2)>0\end{cases}$

即$\begin{cases}x_1+x_2-4>0\\x_1x_2-2(x_1+x_2)+4>0\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}2-m-4>0\\5-m-2\times(2-m)+4>0\end{cases}$ $\therefore -5<m<-2$

又$\because m\leqslant -4$ 或$m\geqslant 4$，$\therefore -5<m\leqslant -4$

15.【答案】解：(1)由$x^2-4x-12\le 0$，可得$(x+2)(x-6)\le 0$ 解得：$-2\le x\le 6$．

故集合$A=\{x|-2\le x\le 6\}$．由$x^2-4x-m^2+4=0$，得$[x-(2+m)][x-(2-m)]=0$

可得：$x_1=2+m$，$x_2=2-m$．当$m>0$ 时，$2-m<2+m$，由$x^2-4x-m^2+4\le 0$ 得 $2-m\le x\le 2+m$，故集合$B=\{x|2-m\le x\le 2+m\}$．当$m<0$ 时，$2-m>2+m$，由$x^2-4x-m^2+4\le 0$ 得：$2+m\le x\le 2-m$，故集合$B=\{x|2+m\le x\le 2-m\}$．当$m=0$ 时，由$x^2-4x+4\le 0$ 得$x=2$，故集合$B=\{x|x=2\}$．

(2)当$m>0$ 时，集合$B=\{x|2-m\le x\le 2+m\}$．$\because x\in A$是$x\in B$成立的充分不必要条件，

$\therefore A=\{x|-2\leq x\leq 6\}$是$B=\{x|2-m\leq x\leq 2+m\}$的真子集，则有$\begin{cases}2-m\leqslant -2\\2+m\geqslant 6\end{cases}$(不同时取等号)，

解得：$m>4$，$\therefore$实数m的取值范围为$(4,+\infty)$.

16.【答案】解：(1)命题p：对任意$x\in[1,4]$，不等式 $x^2-4x+2\geqslant m^2-3m$ 恒成立，

即$(x^2-4x+2)_{min}\geqslant m^2-3m$．$x^2-4x+2=(x-2)^2-2$，当$x=2$ 时，x^2-4x+2 取到最小值-2，$\therefore -2\geqslant m^2-3m$，$\therefore 1\leqslant m\leqslant 2$，

(2)由(1)可知，p为真命题时，实数m的取值范围是$[1,2]$.

命题 q：存在$x\in[0,\frac{1}{2}]$，使得不等式$x^2-x+m-\frac{5}{4}\geqslant 0$ 成立，只需$(x^2-x+m-\frac{5}{4})_{max}\geqslant 0$，而$x^2-x+m-\frac{5}{4}=(x-\frac{1}{2})^2+m-\frac{3}{2}$，所以当$x=0$ 时，$x^2-x+m-\frac{5}{4}$取到最大值为 $m-\frac{5}{4}$，$\therefore m-\frac{5}{4}\geqslant 0,m\geqslant\frac{5}{4}$，即命题$q$为真命题时，实数$m$的取值范围是$m\geqslant\frac{5}{4}$，依题意命题$p$，$q$ 一真一假，

若p为假命题，q为真命题，则$\{\begin{matrix}m<1\ 或m>2\\m\geqslant\frac{5}{4}\end{matrix}$，得$m>2$；若$q$为假命题，$p$为真命题，则$\begin{cases}1\leqslant m\leqslant 2\\m<\frac{5}{4}\end{cases}$，

得 $1\leqslant m<\frac{5}{4}$，综上所述，实数m的取值范围为$m\in[1,\frac{5}{4})\cup(2,+\infty)$.

17.【答案】解：(1)设甲工程队的总造价为y元，

则$y=3(150\times 2x+400\times\frac{12}{x})+7200=900(x+\frac{16}{x})+7200(2\leq x\leq 6)$，

$900(x+\frac{16}{x})+7200\geq 900\times 2\times\sqrt{x\cdot\frac{16}{x}}+7200=14400$．当且仅当$x=\frac{16}{x}$，即$x=4$ 时等号成立.

即当左右两面墙的长度为 4 米时，甲工程队的报价最低为 14400 元.

(2)由题意可得，$900(x+\frac{16}{x})+7200>\frac{900a(1+x)}{x}$对任意的$x\in[2,6]$恒成立.

即$\frac{(x+4)^2}{x}>\frac{a(1+x)}{x}$，从而$\frac{(x+4)^2}{x+1}>a$．$x+1+\frac{9}{x+1}+6>a$恒成立，又$x+1+\frac{9}{x+1}+6\geq 2\sqrt{(x+1)\cdot\frac{9}{x+1}}+6=12$．当且仅当$x+1=\frac{9}{x+1}$，即$x=2$ 时等号成立．所以 $0<a<12$.

18.【答案】解：已知实数a，b满足 $0<a<1$，$0<b<1$.

(1)若$a+b=1$，$(1+\frac{1}{a})(1+\frac{1}{b})=(1+\frac{a+b}{a})(1+\frac{a+b}{b})=(2+\frac{b}{a})(2+\frac{a}{b})=4+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}+1\geq 4+4+1=9$，当且仅当$a=b=\frac{1}{2}$时，等号成立，故最小值为 9.

(2) $\because 0<m<12$，$\therefore m>0$，$12-m>0$，$\because m+(12-m)=12$，$\therefore \frac{m}{12}+\frac{12-m}{12}=1$，

$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{12-m}=(\frac{1}{m}+\frac{1}{12-m})(\frac{m}{12}+\frac{12-m}{12})=\frac{1}{6}+\frac{12-m}{12m}+\frac{m}{12\times(12-m)}\geq\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$，

当且仅当$\frac{12-m}{12m}=\frac{m}{12\times(12-m)}$，即$m=6$ 时，等号成立，$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{12-m}$的最小值为$\frac{1}{3}$.