江苏省仪征中学2022-2023学年度第一学期10月月考

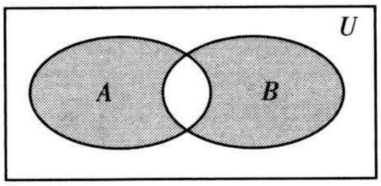
高一数学复习试卷（1）

一、单选题

1. 设集合$A=\{x|1\leq x\leq 3\}$，$B=\{x|2<x<4\}$，则$A\cup B=$（　）

A. $\{x|2<x\leq 3\}$　　B. $\{x|2\leq x\leq 3\}$　　C. $\{x|1\leq x<4\}$　　D. $\{x|1<x<4\}$

2. 已知全集$U=\boldsymbol{R}$，集合$A=\{x|-2<x<0\}$，$B=\{x||x|\leq 1\}$，则图中阴影部分表示的集合是（　）



A. $(-2,1)$　　B. $[-1,0]\cup[1,2)$

C. $(-2,-1)\cup[0，1]$　　D. $[0,1]$

3. 若集合$\{1,a,\frac{b}{a}\}=\{0,a^2,a+b\}$，则$(a-b)^{2021}$的值为（　）

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. ±1

4. 设$x\in R$，则“$x^2-5x>0$”是“$|x-1|>1$”的(　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 若不等式$|x-1|<a$成立的充分条件为$0<x<4$，则实数a的取值范围是(　　)

A. $\{a|a\geq 3\}$　　B. $\{a|a\geq 1\}$　　C. $\{a|a\leq 3\}$　　D. $\{a|a\leq 1\}$

6. 正实数a，b满足$a+3b-6=0$，则$\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3b+2}$的最小值为(　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. 1　　C. 2　　D. $\frac{5}{9}$

二、多选题（本大题共4小题，共20.0分）

7. 已知集合$A=\{x|x^2=2x\}$，集合B满足$A\cup B=\{0,1，2\}$，则集合B可以是(　)

A. $\{0,1\}$　　B. $\{0,2\}$　　C. $\{0,3\}$　　D. $\{1,2\}$

8. 已知集合A，B，下列四个表述中，正确的是（　）

A. 若$a\in(A\cup B)$，则$a\in A$　　B. 若$a\in(A\cap B)$，则$a\in(A\cup B)$

C. 若$A\subseteq B$，则$A\cup B=B$　　D. 若$A\cup B=A$，则$A\cap B=B$

9. 命题“$\forall x\in\{x|1\leq x\leq 3\}$，$x^2-a\leq 0$”为真命题的一个充分不必要条件是（　）

A. $a\geq 10$　　B. $a\leq 9$　　C. $a\geq 9$　　D. $a=9.5$

10. 下面选项中正确的有(　)

A. 命题“$\exists x\geq 2$，$x^2\geq 4$”的否定是“$\exists x<2$，$x^2<4$”

B. 命题“$\forall x\in R$，$x^2+x+1<0$”的否定是“$\exists x\in R$，$x^2+x+1\geq 0$”

C. “$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充要条件

D. 设 a，$b\in R$，则“$a\neq 0$”是“$ab\neq 0$”的必要不充分条件

三、单空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

11. 集合$A=\{x\in\boldsymbol{Z}|-1<x<2\}$的真子集个数为______.

12. 不等式$\frac{x+1}{x}\leq 3$ 的解集是______.

13. 已知 x，y 为正实数，则$\frac{y}{x}+\frac{16x}{3x+y}$的最小值为______.

五、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

14. 已知 $f(x)=ax^2+(a-1)x-1$，若$f(x)>0$ 的解集为$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$，求关于 x 的不等式$\frac{ax+3}{x-1}\leqslant 0$的解集?

15. 已知集合$A=\{x|-1\leq x\leq 5\}$，$B=\{x|2\leq x\leq 4\}$.

(1)求$A\cup B$，$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$；

(2)若集合$M=\{x|a\leq x\leq 4a,a>0\}$，满足$M\cup A=A$，求实数 a 的取值范围.

16. 已知 p: 关于 x 的方程$x^2-2ax+a^2+a-2=0$ 有实数根，q: $m-1\leq a\leq m+3$.

(1)若命题$\neg p$是真命题，求实数 a 的取值范围；

(2)若 p 是 q 的必要不充分条件，求实数 m 的取值范围.

17. 已知$ax^2+2ax+1\geq 0$恒成立.

(1)求 a 的取值范围;

(2)解关于 x 的不等式$x^2-x-a^2+a<0$.

18. 物联网($InternetofThings, IOT$)是基于互联网、传统电信网等信息承载体，让所有能行使独立功能的普通物体实现互联互通的网络. 其应用领域主要包括运输和物流、工业制造、健康医疗、智能环境(家庭、办公、工厂)等，具有十分广阔的市场前景. 现有一家物流公司计划租地建造仓库储存货物，经过市场调查了解到下列信息：仓库每月土地占地费y_1(单位：万元)，仓库到车站的距离x(单位：千米，$x>0$)，其中y_1与$x+1$成反比，每月库存货物费y_2(单位：万元)与 x 成正比；若在距离车站 9 千米处建仓库，则y_1和y_2分别为 2 万元和 7.2 万元. 这家公司应该把仓库建在距离车站多少千米处，才能使两项费用之和最小？最小费用是多少？

答案和解析

1.【答案】C【解析】解：$A=\{x|1\leq x\leq 3\}$，$B=\{x|2<x<4\}$，则$A\cup B=\{x|1\leq x<4\}$，

2.【答案】C 解：$A=\{x|-2<x<0\}$，$B=\{x||x|\leq 1\}=\{x|-1\leq x\leq 1\}$，

由题图知，阴影部分表示的集合$C=\{x|x\in A$或$x\in B$，且$x\notin A\cap B\}$，

而$A\cap B=\{x|-1\leq x<0\}$，$A\cup B=\{x|-2<x\leq 1\}$，

所以$C=\{x|-2<x<-1$ 或 $0\leq x\leq 1\}$，

3.【答案】C 解：由题意可知$a\neq 0$，$\therefore \frac{b}{a}=0$，$\therefore b=0$，$\therefore a^2=1$ 且$a\neq 1$，$\therefore a=-1$，

$\therefore (a-b)^{2021}=(-1)^{2021}=-1$，

4.【答案】A 解：$\because x^2-5x>0$，$\therefore x<0$ 或$x>5$，$\because |x-1|>1$，$\therefore x<0$ 或$x>2$，

$\because \{x|x<0$ 或$x>5\}$是$\{x|x<0$ 或$x>2\}$的真子集，

$\therefore$ “$x^2-5x>0$”是“$|x-1|>1$”的充分不必要条件．

5.【答案】A 解：$\because$不等式$|x-1|<a$成立的充分条件是 $0<x<4$，设不等式的解集为A，则$\{x|0<x<4\}\subseteq A$，当$a\leq 0$ 时，$A=\varnothing$，不满足要求；当$a>0$ 时，$A=\{x|1-a<x<1+a\}$，若$\{x|0<x<4\}\subseteq A$，则$\begin{cases}1-a\leqslant 0\\1+a\geqslant 4\end{cases}$,解得$a\geq 3$．

6.【答案】B 解：因为$a+3b-6=0$，所以$a+1+3b+2=9$，

则$\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3b+2}=\frac{1}{9}(\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3b+2})(a+1+3b+2)=\frac{1}{9}[5+\frac{3b+2}{a+1}+\frac{4(a+1)}{3b+2}]\geq\frac{1}{9}[5+2\sqrt{\frac{3b+2}{a+1}\cdot\frac{4(a+1)}{3b+2}}]=1$，当且仅当$\begin{cases}\frac{3b+2}{a+1}=\frac{4(a+1)}{3b+2}\\a+1+3b+2=9\end{cases}$，即$\begin{cases}a=2\\b=\frac{4}{3}\end{cases}$时取等号，所以$\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3b+2}$的最小值为 1，

7.【答案】AD 解：因为$A=\{x|x^2=2x\}$，所以$A=\{0,2\}$，

又$A\cup B=\{0,1,2\}$，所以 $1\in B$，则$B=\{1\}$或$\{0,1\}$或$\{1,2\}$或$\{0,1,2\}$，

8.【答案】BCD 解：因为$a\in(A\cup B)$，所以$a\in A$或$a\in B$，故 A 错误；

因为$a\in(A\cap B)$，所以$a\in A$且$a\in B$，则$a\in(A\cup B)$，故 B 正确；因为$A\subseteq B$，所以$A\cup B=B$，故 C 正确；因为$A\cup B=A$，所以$B\subseteq A$，则$A\cap B=B$，故 D 正确．

9.【答案】AD 解：命题“$\forall x\in\{x|1\leq x\leq 3\}$，$x^2-a\leq 0$”为真命题，则$a\geq 9$，因为$a\geq 10\Rightarrow a\geq 9$，但$a\geq 9\nRightarrow a\geq 10$，所以$a\geq 10$ 是命题“$\forall x\in\{x|1\leq x\leq 3\}$，$x^2-a\leq 0$”为真命题的一个充分不必要条件．又因为$a=9.5\Rightarrow a\geq 9$，但$a\geq 9\nRightarrow a=9.5$，所以$a=9.5$ 是命题“$\forall x\in\{x|1\leq x\leq 3\}$，$x^2-a\leq 0$”为真命题的一个充分不必要条件．

10.【答案】BD 解：对于选项 A，存在量词命题的否定是全称量词命题，

“$\exists x\geq 2$，$x^2\geq 4$”的否定是“$\forall x\geq 2$，$x^2<4$”，故 A 错误；

对于选项 B，全称量词命题的否定是存在量词命题，

“$\forall x \in R$，$x^2+x+1<0$”的否定是“$\exists x \in R$，$x^2+x+1 \geq 0$”，故 B 正确；

对于选项 C，$\frac{1}{a}<1 \Leftrightarrow \frac{a-1}{a}>0 \Leftrightarrow a(a-1)>0 \Leftrightarrow a<0$ 或$a>1$，则“$a>1$”是“$\frac{1}{a}<1$”的充分不必要条件，故 C 错误；对于选项 D，$ab \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 且$b \neq 0$，

则“$a \neq 0$“是“$ab \neq 0$“的必要不充分条件，故 D 正确．

11.【答案】3 解：$A=\{x \in \boldsymbol{Z} | -1<x<2\}=\{0，1\}$，真子集的个数为$2^2-1=3$．

12.【答案】$\{x | x \geqslant \frac{1}{2}$或$x<0\}$解：不等式$\frac{x+1}{x} \leq 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x}-3=\frac{1-2x}{x} \leq 0$，

则$x(2x-1) \geq 0$ 且$x \neq 0$，所以$\begin{cases}2x-1 \geq 0 \\ x>0\end{cases}$或$\begin{cases}2x-1 \leq 0 \\ x<0\end{cases}$，解得$x \geq \frac{1}{2}$或$x<0$，

故答案为$\{x | x \geqslant \frac{1}{2}$或$x<0\}$．

13.【答案】5 解：$\because x>0, y>0, \therefore \frac{y}{x}>0, \therefore \frac{y}{x}+\frac{16x}{3x+y}=(3+\frac{y}{x})+\frac{16}{3+\frac{y}{x}}-3 \geq 2\sqrt{16}-3=5$，

当且仅当$x=y$时取“$=$”，

14.【答案】解：由题意得-1 与$-\frac{1}{2}$是方程$ax^2+(a-1)x-1=0$的两个根，且$a<0$，

故$\begin{cases}-1-\frac{1}{2}=-\frac{a-1}{a} \\ -1 \times \left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{-1}{a}\end{cases}$，解得$a=-2$，故原不等式等价于$\frac{-2x+3}{x-1} \leqslant 0$，即$\begin{cases}(2x-3)(x-1) \geqslant 0 \\ x-1 \neq 0\end{cases}$，

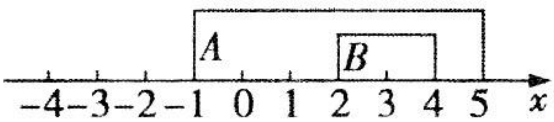
所以不等式的解集为$(-\infty, 1) \cup [\frac{3}{2},+\infty)$．

15.【答案】解：(1)解法一：$\because B=\{x | 2 \leq x \leq 4\}$，$A=\{x | -1 \leq x \leq 5\}$，

$\therefore \complement_{\mathrm{R}} B=\{x | x<2$或$x>4\}$，$\therefore A \cup B=\{x | -1 \leq x \leq 5\}$，

$A \cap (\complement_{\mathrm{R}} B)=\{x | -1 \leqslant x<2$或$4<x \leqslant 5\}$．

解法二：利用数轴来解，由题意，画出数轴如图所示，



由图可得$A \cup B=A=\{x | -1 \leq x \leq 5\}$，$A \cap (\complement_{\mathrm{R}} B)=\{x | -1 \leqslant x<2$或$4<x \leqslant 5\}$．

(2)由$M \cup A=A$，得$M \subseteq A$，又$\because M=\{x | a \leq x \leq 4a, a>0\}$，$\therefore M \neq \varnothing$，$\therefore \begin{cases}a>0 \\ 4a \leqslant 5\end{cases}$，解

得 $0<a \leqslant \frac{5}{4}$，即实数 a 的取值范围是$(0, \frac{5}{4}]$．

16.【答案】解：(1)因为命题$\neg p$是真命题，所以 p 是假命题，

所以对于方程$x^2-2ax+a^2+a-2=0$，有$\Delta=(-2a)^2-4(a^2+a-2)<0$，即

$4a-8>0$，解得$a>2$．故实数 a 的取值范围是$\{a | a>2\}$．

(2)如果 p 是 q 的必要不充分条件， 那么 q 能推出 p，但由 p 不能推出 q，

因此$\{a|m-1\leq a\leq m+3\}\subsetneqq\{a|a\leq 2\}$， 因此$m+3\leq 2$，解得$m\leq-1$，

故实数 m 的取值范围是$(-\infty,-1]$.

17.【答案】解：(1)因为$ax^2+2ax+1\geq 0$ 恒成立．①当$a=0$ 时，$1\geq 0$ 恒成立；

②当$a\neq 0$ 时，要使$ax^2+2ax+1\geq 0$ 恒成立．则$a>0$，$\Delta\leq 0$，即$\begin{cases}a>0\\4a^2-4a\leq 0\end{cases}$，

解得：$0<a\leq 1$．综上，a 的取值范围为：$0\leq a\leq 1$．

(2)由$x^2-x-a^2+a<0$，得$(x-a)[x-(1-a)]<0$．因为：$0\leq a\leq 1$，

①当 $1-a>a$，即 $0\leq a<\frac{1}{2}$时，则$a<x<1-a$；

②当 $1-a=a$，即$a=\frac{1}{2}$时，$(a-\frac{1}{2})^2<0$，不等式无解；

③当 $1-a<a$，即$\frac{1}{2}<a\leq 1$ 时，则 $1-a<x<a$．

综上所述，当 $0\leq a<\frac{1}{2}$时，解集为$\{x|a<x<1-a\}$；当$a=\frac{1}{2}$时，解集为$\varnothing$；

当$\frac{1}{2}<a\leq 1$ 时，解集为$\{x|1-a<x<a\}$．

18.【答案】解：设$y_1=\frac{k}{x+1}(k\neq 0)$，$y_2=mx(m\neq 0)$，其中$x>0$，

当$x=9$ 时，$y_1=\frac{k}{9+1}=2$，$y_2=9m=7.2$，解得$k=20$，$m=0.8$，所以$y_1=\frac{20}{x+1}$，$y_2=0.8x$，

设两项费用之和为z(单位：万元)则$z=y_1+y_2=\frac{20}{x+1}+0.8x=\frac{20}{x+1}+0.8(x+1)-0.8$

$\geq 2\sqrt{\frac{20}{x+1}\times 0.8(x+1)}-0.8=7.2$，当且仅当$\frac{20}{x+1}=0.8(x+1)$，即$x=4$ 时，“$=$”成立，

所以这家公司应该把仓库建在距离车站 4 千米处，才能使两项费用之和最小，最小费用是 7.2 万元．