高中数学支架式教学模式的构建与实践
——以“数列的概念”为例

冯文桢

（福建师范大学 数学与统计学院，福建 福州 350108）

摘　要　随着课程改革的深入，支架式教学成为课堂教学的一种重要模式，能有效提高学生自主学习能力。支架式教学模式是对传统教学模式的重构与革新，为数学学科核心素养落实课堂提供新思路。基于此，以“数列的概念”为例，提出支架式教学模式的教学模型，探索高中数学课堂如何利用支架式教学模式提高教学质量。

关键词　高中数学；支架式教学模式；数列的概念；数学核心素养

数学核心素养的发展是高中数学教育目标和教学改革深化的新导向，支架式教学模式为实现高中数学教育目标提供具体的手段和策略。实际课堂教学中大部分教师往往过多地将注意力放在教学目标的达成上，忽略了学生数学核心素养的培养，忽视了学生自主学习能力的发展。如何将数学核心素养融入高中数学课堂教学，如何提高学生学习的自主性和适应性，如何在教学实践方面做出变化以期更加符合新课改的要求，成为摆在教育者面前的重要任务。因此，文章以人教A版高中数学教材“数列的概念”为例，探索基于支架式教学模式的高中数学课堂教学，并总结出支架式教学模式的三条原则：以学生为中心，以问题为核心，注重评价反馈。

一、支架式教学模式的特征剖析

“支架”一开始是指建筑行业中的“脚手架”，后被维果斯基应用到心理学中。1976年，布鲁纳将“支架”用于教育理论，自此“支架式教学”被正式提出。[1]关于支架式教学的概念，没有统一的定义。人们较为广泛接受的是欧共体“远距离教育与训练项目”（DGXIII）对支架式教学的定义：支架式教学应当为学习者理解知识建构一种能够进一步促进学习者理解问题所需的概念框架，因此，要先将复杂的学习任务进行分解，从而把学习者的理解往更深层次引导。[2]国内较有代表性的是张建伟和陈琦在1996年提出的支架式教学定义，指教师引导学生进行知识内化和建构，推动学生往更高水平上发展的认知活动。[3]

支架式教学模式相对于传统教学而言，在当今信息化爆炸时代，学生可通过多种渠道获取知识，“填鸭式”“满堂灌”的传统教学模式已不能满足学生对知识的需求，调动不起学生的学习兴趣。传统教学模式没有真正建立起一种自主探究、合作交流的学习方式，难以实现新课改提出的“三维目标”。支架式教学模式以建构主义学习理论、维果斯基的最近发展区等为理论基础，倡导以学生为中心，教师为组织者、引导者，通过搭建支架，帮助学生完成知识的意义建构。这与我国新课改提出的“学生发展为本，立德树人，提升素养”的课程理念相吻合。[4]因此，把支架式教学模式应用于高中数学课堂，有利于贯彻落实新课程理念，优化当前高中数学教学课堂。

支架式教学模式有三条重要原则：一是以学生为中心，学生在教师的指导下完成具有挑战性的任务，积极参与、深度探究、敢于批判、乐于分享，体现学生的“主体性”；[5]二是以问题为核心，教师搭建问题支架，层层诱导，帮助学生实现“知识获得”和“潜能发展”意义建构。教学关注的焦点是那些“形成”的过程，而非“完成”的过程；[6]三是注重评价反馈，有教师评价、生生互评、学生自评等。评价有利于学生了解自身对知识的掌握程度，剖析学习问题出现的原因，为避免再次出现类似问题提供有针对性的指引。[7]本课以自然界、生活实例等为问题情境，抽象概括出数列的一般概念，函数思想贯穿始终，大胆放手让学生从函数角度探索数列概念，激发求知欲，提高自主学习与合作交流能力，发展数学抽象、逻辑推理等素养。类比函数的研究思路，探索数列的表示方式和性质，深化学生对数列是一种特殊函数的认识。

二、支架式教学模式的框架模型

基于支架式教学模式的高中数学课堂，从教师层面出发，能有效促使教师分析教学内容，分解教学目

标,厘清学生的最近发展区,选择合适的支架进行教学。从学生层面出发,能有效帮助学生明确学习目标,完成学习任务,通过独立探索、协作学习等活动加深学生对知识的理解,实现知识的综合运用。基于对支架式教学模式的理解,本文设计出基于支架式教学模式的高中数学课堂框架模型,如图1所示。

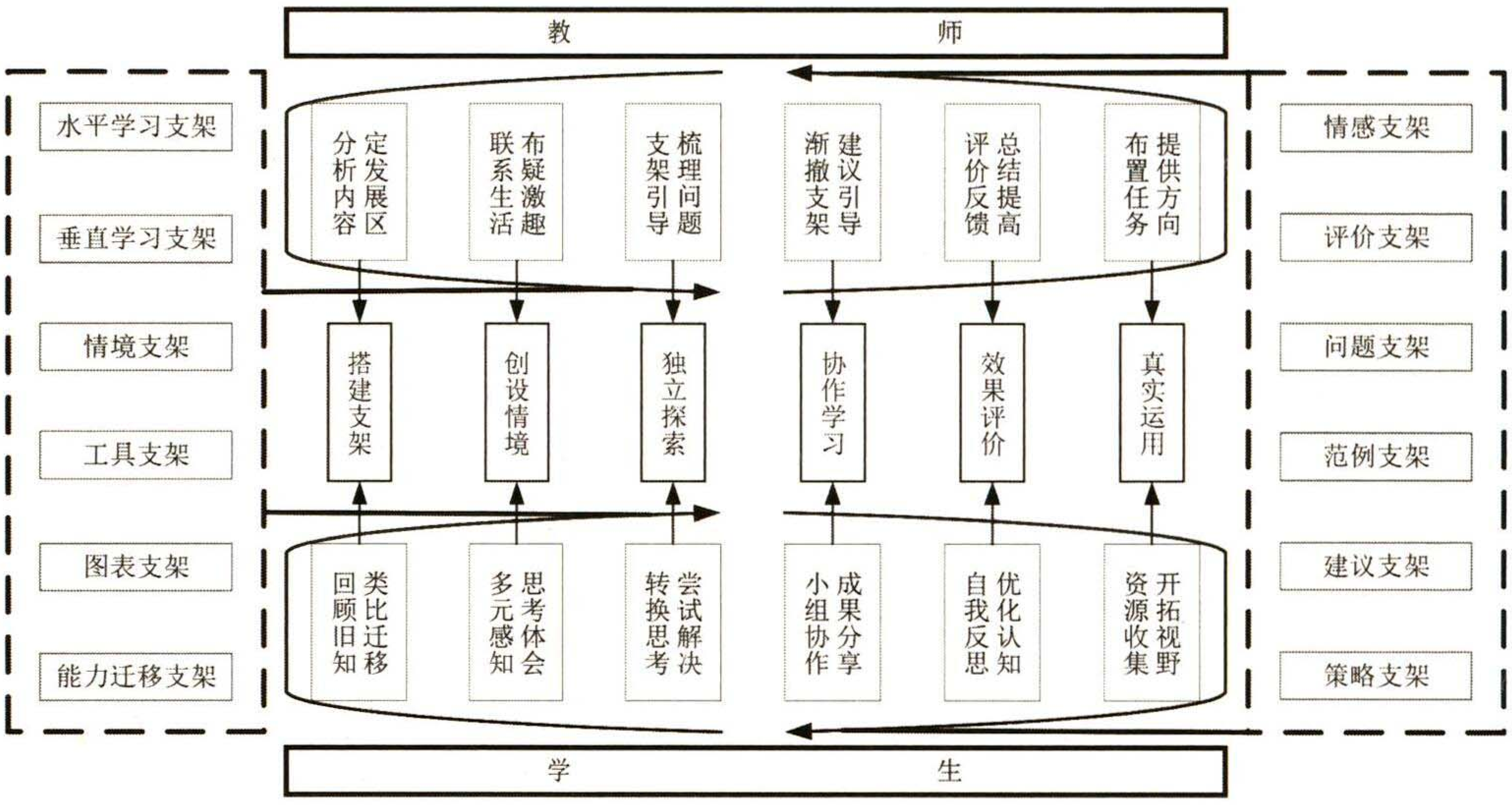


图1 基于支架式教学模式的高中数学课堂教学模型

如图1,基于支架式教学模式的高中数学课堂教学模型以支架式教学的六大环节(搭建支架、创设情境、独立探索、协作学习、效果评价、真实运用)为主线,以教师和学生的实时互动为助推力,以各类支架为支撑进行设计。每一支架环节都对教师活动和学生活动进行了详细预设,从搭建支架开始,到支架式教学课外设计结束,整体指向教学目标,促进教学相长。

三、支架式教学模式下的教学实践——以数列概念教学为例

(一)教学目标

1.通过生活实例,分析并归纳出数列的一般概念,渗透从特殊到一般的思想,发展数学抽象素养;

2.了解数列的三种表示方式及其性质,在学习过程中感受类比迁移、归纳演绎、数形结合等思想,发展逻辑推理、直观想象、数学运算等素养;

3.体会函数思想,学会用联系的眼光看待数学,理解数列是一种特殊的函数。

(二)搭建教学支架

高中数学课堂教学中,教师进行教学设计前先要充分了解学情,立足于学生的最近发展区完成支架的搭建。[8]因此,在基于支架式教学模式的“数列的概念”教学设计前,笔者充分研究学生学情并预测其最近发展区,设计出该课时教学过程的整体框架,如图2所示。

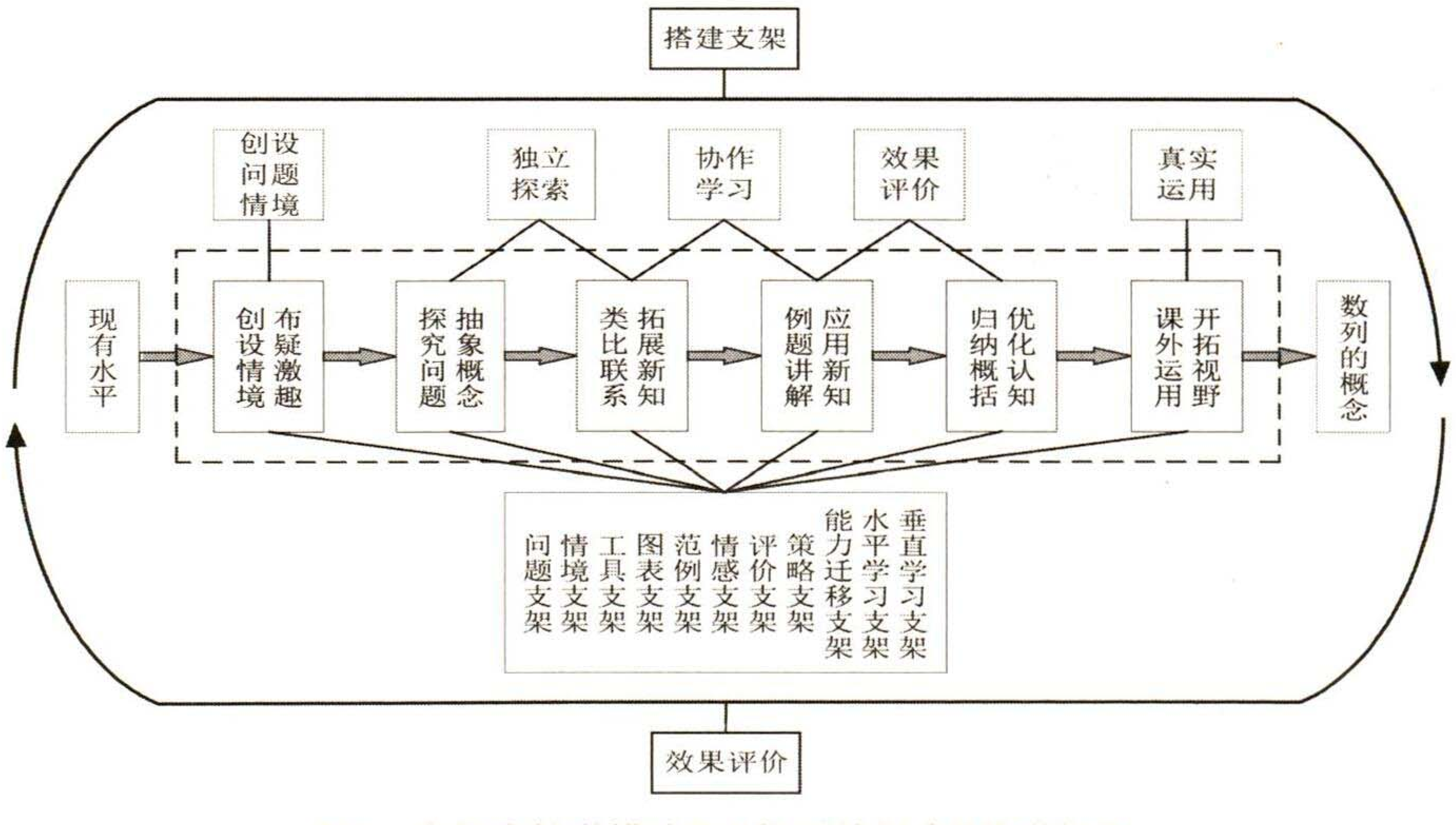


图2 支架式教学模式下“数列的概念”教学框架

(三)教学过程

环节一:创设情境,布疑激趣

【搭建问题支架、能力迁移支架、策略支架、图表支架】

问题1:本章开始学习一个新的数学概念——数

列，根据以往经验，研究一个新的数学概念的基本思路是什么？

师生活动：学生思考后教师引导学生得出“新数学概念的一般研究思路图”，如图3所示。

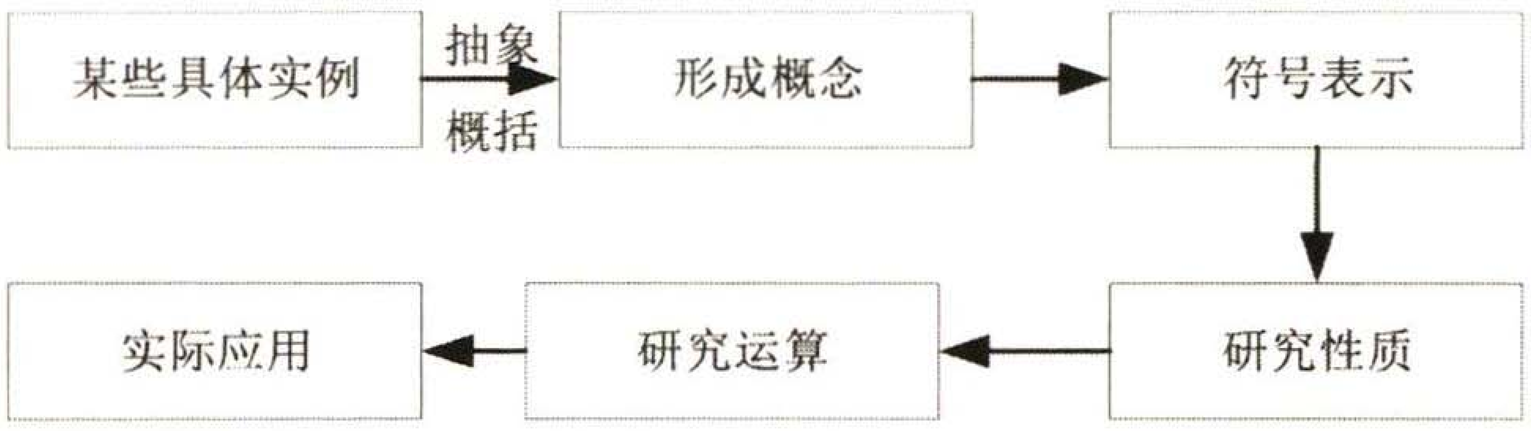


图3　数学概念的一般研究思路

设计意图：回顾研究新概念的思路，唤醒学生的记忆，为接下来的研究做铺垫。

【搭建情境支架】

问题2：阅读材料中的5个问题情境，得到的一列数有什么共同特征？

（1）王芳每年生日都会测量身高，她将1岁到17岁的身高数据（单位：cm）依次排成一列数：

76，88，97，104，111，117，121，129，139，146，154，159，161，163，164，166，169。

（2）大自然中树木的分叉，如图4所示。

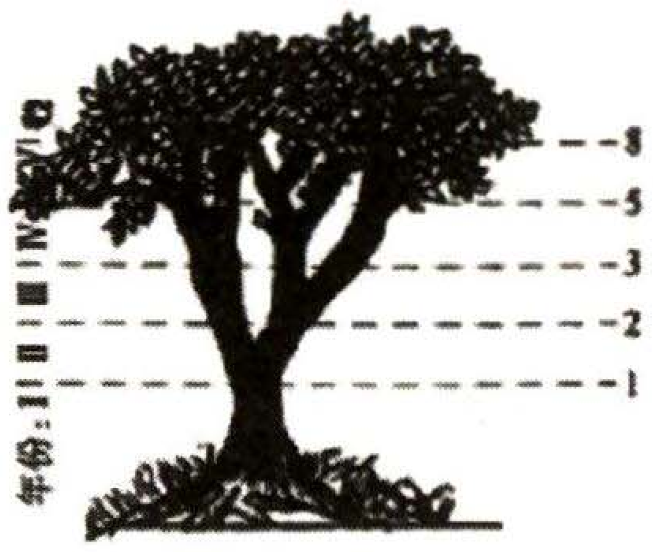


图4

（3）在两河流域发掘的一块泥版上，记载了某个月从第1天到第15天每天月亮可见部分的数（图5）：

5，10，20，40，80，96，112，128，144，160，176，192，208，224，240。

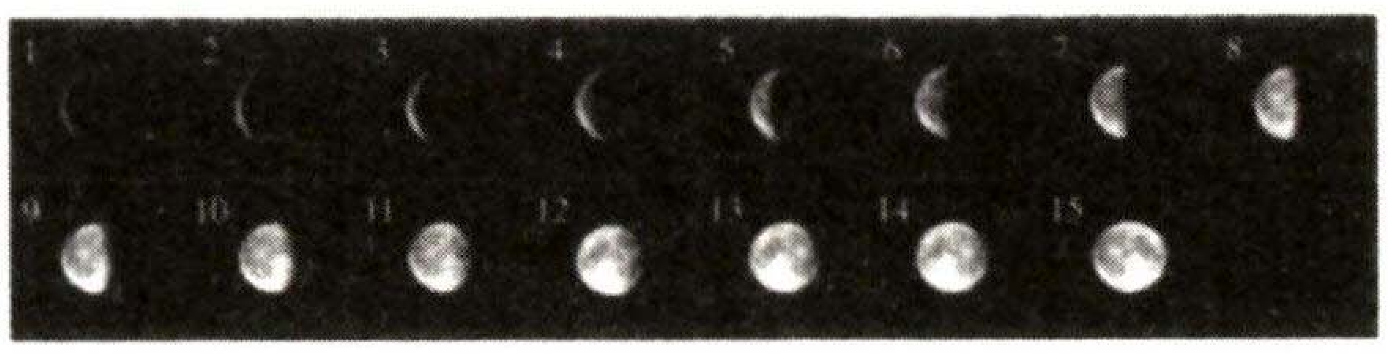


图5

（4）古希腊毕达哥拉斯学派数学家研究的问题：三角点阵，如图6所示：

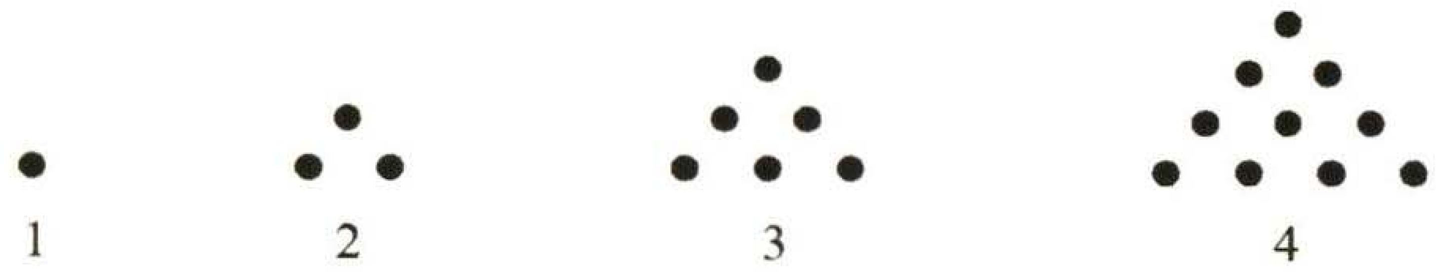


图6

（5）$-\frac{1}{2}$的n次幂按1次幂、2次幂、3次幂、4次幂……依次排成一列数：$-\frac{1}{2},\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\frac{1}{16},\cdots$。

师生活动：教师引导学生发现每列数字之间不能调换顺序，否则意义发生变化，进而得到每列数字的共同特征，归纳出数列的概念。

设计意图：教材提供的问题情境原本是（1）（3）（5）等，问题情境（2）（4）是教材没有的，目的是以更多角度体现数列模型在现实生活中大量存在。人的思维不能脱离情境，在适当的情境和实践共同体中，知识的构建才能达成。搭建以自然界、西方数学、生活实例等为背景的问题情境，使学生在贴近实际生活的问题中探索新知，提高学生用数学语言刻画实际背景问题的能力。通过情境中的数字特点抽象概括数列的概念，渗透从特殊到一般的思想方法，发展数学抽象素养。

环节二：探究问题，抽象概念

【搭建问题支架及水平学习支架】

问题3：抽象概括出数列的文字性概念后，还需做什么？比如学完函数的概念后，还做了什么？

师生活动：学生在教师的引导下回顾函数的学习过程，类比迁移用符号表示新概念。

问题4：前面几个具体且各不相同的数列，能否用一般符号表示？

师生活动：学生思考后，教师引导学生用a_1表示数列的第1项，a_2表示数列的第2项，……，a_n表示数列的第n项。即数列的一般形式是$a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$，简记为$\{a_n\}$。

问题5：a_n和$\{a_n\}$表示的意义是否相同？为什么？

师生活动：教师引导学生思考发现两者的区别，a_n表示的是数列中的第n项，而$\{a_n\}$表示的是整个数列，相当于是一个集合。

问题6：一个数列至少有几项？不同数列的项数有何特点？

师生活动：学生通过观察、思考，发现数列项数的特点。教师引导学生根据数列项数将数列分为有穷数列和无穷数列。

设计意图：通过搭建问题支架，设置问题1至问题6的目的在于强化学生对数列概念的理解，渗透分类讨论思想；通过搭建水平学习支架，在类比函数概念学习过程的基础上提出数列的符号表示，渗透类比迁移思想，培养学生用数学语言和符号表达数学问题的能力。

环节三：类比联系，拓展新知

【搭建问题支架、图表支架、能力迁移支架】

问题7：数列中的每一项a_i与它的序号$i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$有什么关系？开展小组合作探究。

师生活动：教师组织学生开展小组探究活动，发现：将数列的序号和项分别看作两个集合，序号与项之

间一一对应。如图7所示。

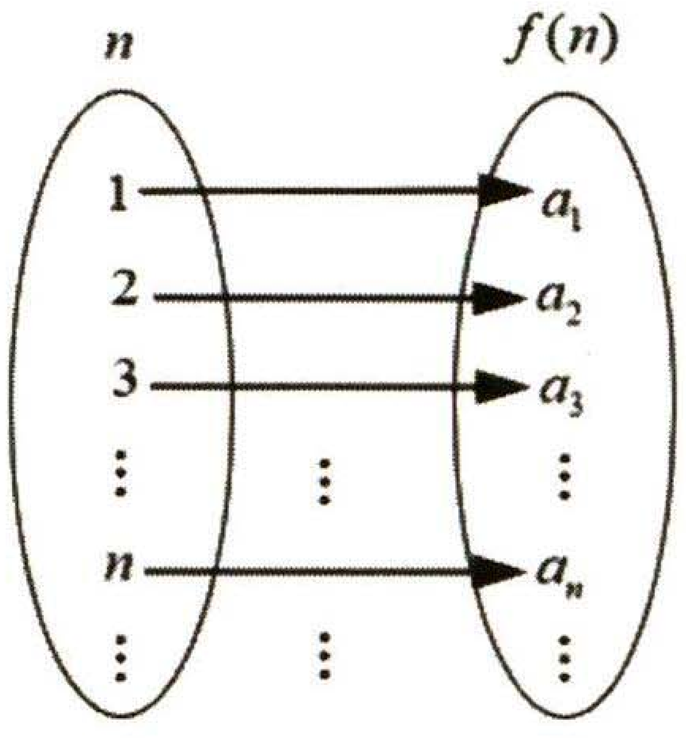


图7

数列$\{a_n\}$是从正整数集N^*到实数集R的函数,序号n为自变量,对应的函数值为a_n,记$a_n=f(n)$。$a_n=f(n)$叫作数列的通项公式。

设计意图:搭建问题支架,引导学生从集合角度将数列与函数联系起来;搭建图表支架,使数列的序号和项的对应关系一目了然;建立在函数概念经验基础之上,体会数列之间的变量依赖关系,理解数列是一种特殊的函数,实现能力迁移。整个过程,函数思想贯穿始终,数学抽象、逻辑推理等素养得到发展。

环节四:例题讲解,应用新知

【搭建问题支架、范例支架、水平学习支架、图表支架】

例1 根据下列数列的前5项,写出数列的一个通项公式:

(1)$1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},-\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots$;

(2)$1,\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{4},\cdots$

师生活动:学生独立探索,发现数字规律,写出通项公式,教师点评。

例2 根据下列数列的通项公式,写出数列的前项,并画出它们的图象。

(1)$a_n=\frac{n^2+n}{2}$;(2)$a_n=\cos\frac{(n-1)\pi}{2}$。

师生活动:教师引导学生对比数列图象与函数图象的异同,类比通过函数图象研究函数性质的思路研究数列的性质。

设计意图:搭建水平学习支架,设置例1、例2的目的在于体现数列与函数一样可以通过表格、图象、解析式表示,体会数列是一种特殊函数;搭建图表支架,通过图象直观感知数列与函数图象的异同,体会数列的特点;整个过程渗透着类比、数形结合、归纳演绎和函数思想,发展逻辑推理、数学直观等素养。

例3 已知$\{a_n\}$的通项$a_n=-n^2+15n(n\in N^*)$,求该数列的最大项。

师生活动:学生思考后教师引导学生类比函数求最值,借助一元二次函数图象判断数列的单调性,再求出数列的最大项。

【搭建垂直学习支架、能力迁移支架】

例4 已知数列$\{a_n\}$的通项为

$$a_n=(n+1)\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^n(n\in N^*),$$

求该数列的最大项。

师生活动:学生小组讨论尝试后,发现很难通过画图判断其单调性,教师引导学生类比函数单调性的本质,在所研究的区间内任取两个数x_1,x_2,然后比较$f(x_1),f(x_2)$的大小,迁移到数列中,由于n是任意的,所以判断相邻两项a_n,a_{n+1}的大小可得数列单调性,进而求出最大项。

解:因为

$$\begin{aligned}a_{n+1}-a_n&=(n+2)\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^{n+1}-(n+1)\cdot\left(\frac{8}{9}\right)^n\\&=\left(\frac{8}{9}\right)^n\left[\frac{8(n+2)}{9}-(n+1)\right]\\&=\left(\frac{8}{9}\right)^n\cdot\frac{7-n}{9}。\end{aligned}$$

故当$n<7$时,$a_{n+1}>a_n$数列$\{a_n\}$单调递增;当$n=7$时,$a_7=a_8$;当$n>7$时,$a_{n+1}<a_n$,数列$\{a_n\}$单调递减。所以,数列$\{a_n\}$中第7项和第8项最大,$a_7=a_8=\frac{8^8}{9_7}$。

师生小结:研究数列的单调性只需研究a_n,a_{n+1}的大小,当$a_{a+1}>a_n$时,数列$\{a_n\}$为递增数列;当$a_{n+1}<a_n$时,数列$\{a_n\}$为递减数列;当$a_{n+1}=a_n$时,数列$\{a_n\}$为常数列。

设计意图:例3至例4,由浅入深,搭建垂直学习支架,逐步完成数列相关知识的加工。通过例3,让学生感知数列与函数一样通过画图可求最值;搭建能力迁移支架,例4从函数单调性的本质出发,得到判断数列单调性的一般方法。渗透类比、数形结合、化归与转化等思想方法,发展数学抽象、直观想象和数学运算等素养。

环节五:归纳概括,优化认知

【搭建问题支架、评价支架、图表支架】

问题8:什么是数列?其研究思路是什么?与函数的关系?如何判断数列的单调性?

师生活动:教师以问题串的方式引导学生复习本节课所学内容,并对学生的回答适时点评,也可学生之间互评或自评。

设计意图:通过问题驱动进行复习,搭建问题支架,帮助学生总结所学知识和方法;评价有利于学生查漏补缺,完善知识体系;最后借助框架图呈现本节课的要点,搭建图表支架,使学生对本节课的知识有一个整体的认识,起到再次强化的效果。

环节六:课外运用,开拓视野

【搭建问题支架】

个人作业:课本对应习题册。

小组作业:从数学文化、数学史角度了解数列发展过程,收集相关历史文献,通过撰写小论文的方式论述与数列相关的名著、名人、名题以及数列对人类文明的贡献等。

设计意图:追求作业的“成长性”,体现内容的延续性,设计创新型作业。[9]一方面,巩固学生本节课的基础知识和基本技能,做到活学活用;另一方面,激发学生的求知欲,养成主动思考、积极探索的好习惯,培养学生的创新意识,通过了解数列的发生发展过程,感悟我国古代数学的辉煌成就。

支架式教学模式通过学生已有的知识储备上,基于一定的学习任务,教师通过搭建合适的支架,分解并建构数学知识,使学生更高效、更可视化地执行学习任务,在教师引导的过程中逐渐撤去支架,使学生走向真正的自主学习。因此,“支架式教学模式”不仅是将数学核心素养落实课堂的脚手架,还是帮助学生提高自主学习能力的重要方法。尽管支架式教学模式在高中数学课堂教学的研究成果较少,应用也未能广泛推广,但其现有成效逐渐获得数学教育界的认可。相信随着案例的积累和实际教学的开展,“支架式教学模式”的相关研究会更加丰富和完善,学生能够在支架式教学活动中获得适应社会发展与自身发展的必备品格和关键能力。

参考文献

[1]乐玉丽,刘洁.支架式教学文献研究综述[A].劳动保障研究会议论文集(十五)[C].成都:四川劳动保障杂志出版有限公司,2022:130-134.

[2]何克抗.建构主义:革新传统教学的理论基础(二)[J].学科教育,1998(4):17-20.

[3]张建伟,陈琦.从认知主义到建构主义[J].北京师范大学学报(社会科学版),1996(4):75-82+108.

[4]教育部.普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)[S].北京:人民教育出版社,2020:2.

[5]黄林盛.基于深度教学的数学课堂实践:以“等比数列前项和”为例[J].福建中学数学,2023(5):15-18.

[6]曹越.基于支架式教学的高中数学翻转课堂教学研究[D].大连:辽宁师范大学,2022:31.

[7]魏闯.引入研究性学习理念推进高中数学课堂教学改革[J].数理化解题研究,2021(36):12-13.

[8]周志杰.科学搭建,提升效果:谈支架式教学在高中数学课堂中的应用[J].数学教学通讯,2017(12):33-34.

[9]黄炳锋.课程视域下高中数学单元作业的设计[J].福建基础教育研究,2022(7):53-56.

(责任编辑:万丙晟)

(上接第 57 页)

3.观察自己的试验,要使铅笔与桌面平行,铅笔应满足哪些条件?当铅笔转动到贴于桌面时,铅笔有无可能与桌面平行?

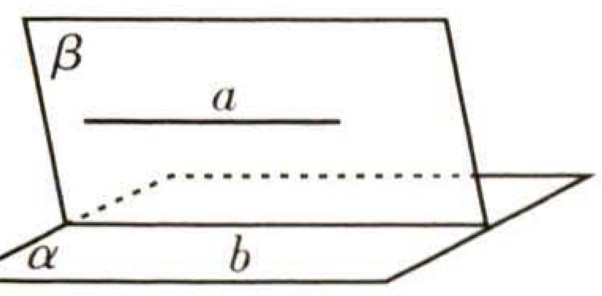
4.从转动门扇的试验看,门扇的一边与墙面平行,门扇的这一边有什么特点?

5.判断一条直线是否与一个平面平行,需要找出这条直线的哪些条件?试用几何语言表示。

6.设 a、b 是两条异面直线,则过 a、b 外一点 P 且与 a、b 都平行的平面存在吗?若存在,请画出平面,若不存在,请说明理由。

归纳定理:如果平面外一条直线与此平面内的一条直线平行,那么该直线与此平面平行。用几何语言表示:

$a\not\subset\alpha$,$b\subset\alpha$,且 $a\parallel b\Rightarrow a\parallel\alpha$。



心理学表明,形象记忆要比抽象记忆更牢更久。试验 1、2 用铅笔代表直线,用桌面代表平面,学生在比划过程通过问题引领容易找出直线平行平面应具备的条件,又通过教室的门扇作进一步验证,最后归纳得出线面平行的判定定理。铅笔、桌面具体形象是此定理的“记忆桩”,学生将线面平行的判定定理与铅笔、桌面联系起来,对定理的理解记忆更加深刻。问题6让学动手操作,探究直线平行平面的条件,加深对定理的认识,同时培养学生空间感与思维的严谨性。

参考文献

[1]刘炜.在实验中抽象,在经验上推理[J].中国数学教育(高中版),2022(6):38-44.

[2][5]教育部.普通高中数学课程标准(2017 版 2020 年修订)[S].北京:人民教育出版社,2020:3,5.

[3]周美兰,黄玉霞.学生数学表达能力的培养路径:“做中学”沉浸式学习[J].福建教育,2023(28):40-42.

[4]董林伟,孙朝仁.初中数学实验的理论研究与实践探索[J].数学教育学报,2014(6):20-25.

(责任编辑:万丙晟)