**问题转化能力**



-----高中数学学习中不可或缺的能力

**技巧解读**

任何一道数学题目，都包含有其特定的条件和关系，稍具难度的题目其条件和关系与基础知识的联系一般是不明显的，甚至是隐蔽的，因此，解题方法的优良、速度快慢，取决于能否对题目进行深入的、细致的观察和认真思考，发现其本质，做出相应的联想（联想是实现问题合理转化的关键），找出题目的切入点，实现问题的连续转化,从而达到解题的目的.

**典例剖析**

**一、借助几何意义，实现“数”到“形”的转化**

例1: 已知实数x,y满足,试求的最值.

难度系数0.6

分析:本题如果看作一般函数求值域的问题，就可以将其转化为求函数 （）值域的问题，利用分式函数性质或者求导数的方法分析函数单调性，求出其最值。本题也可以结合的几何意义,求得斜率的最值即可.

**解:**（解法1）

令

则

所以在是单调减函数.

即

1

5

1

O

-1

X

y

B

A

P(-2，-3)

（解法2）

由的几何意义可知，它表示经过点P（-2，-3）与曲线段AB上的任一点（x,y）的直线的斜率k，如图所示，则,由图可知A(1，1),B(-1，5)

所以,

所以

即

小结：本题是有关最值的问题，如果利用函数思想求解，主要是利用函数的单调性来求最值，可以借助导数或基本初等函数的性质判断其单调性;如果利用所求式子的几何意义来求解，就要联想到斜率的计算公式,将抽象的“数”的问题转化为直观的“形”的问题.

**二、引入相关参数，实现“形”到“数”的转化**

例2椭圆与x轴的正向相交于点A，O为坐标原点，若这个椭圆上存在点P，使得OP⊥AP。求该椭圆的离心率e的取值范围.

难度系数0.4

分析：本道题是典型的解析几何中求范围的问题，基本思路是构造不等式或不等式组,如果直接设点为P（x,y）构造不等式，变量较多，计算繁杂，所以可以考虑引入参数方程，转化为三角函数构造不等式求其范围.

解：设椭圆上的点P的坐标是（） ()， A（a，0）

则. 而OP⊥AP

于是

整理得

解得（舍去），或.

因为，所以.

可转化为，

解得，于是.

故离心率e的取值范围是.

小结：本题的关键是引入参数方程，利用垂直的条件建立方程组，然后利用三角函数的有界性，构造关于e的不等式求解.

**三、巧定主元，实现常量与变量之间的转化**

例3.若不等式 W020071024413324241240，对W020071024413324242665恒成立，求x的取值范围.

难度系数0.55

分析：学生因思维定势常把原不等式视为关于lgx的二次不等式，用分类讨论解答，过程相当繁杂，如果能注意lgx与m的关系，把m变为主元，lgx变为参数，则原不等式可转化为关于m的一元一次不等式问题，构造关于m的一次函数W020071024413324248124，把问题转化为常规问题：，求x的取值范围，简单易解.

解: 令W020071024413324248124 （W020071024413324242665）

因为 W020071024413324241240 （W020071024413324242665）恒成立.

所以 即可.

即

解得 或

**小结：**本题主要考察不等式恒成立问题，解决题目的关键是突破定势思维，打破常规，对问题中常量与变量的角色加以巧妙置换，问题的处理变得豁然开朗起来，其过程也是极其简单.

**四．准确分类，实现整体到局部的转化**

例3设 ，函数

（1）若 在上单调递增，求的取值范围；

（2）记 为在上的最大值，求的最小值．

难度系数：0.6

分析：（1）在应用分类讨论思想时，注意确定分类标准，本题根据二次函数性质及题目要求，考虑以对称轴所处位置确定出a的范围.

（2）本小题主要考察二次函数中轴动区间定的问题，其分类标准是区间中点,运用单调性，求得最大值，再由分段函数的单调性，求得最小值.

**解：**

（1）设对称轴为，

 当时,即，在 上单调递增.

 当时，即，所以在上单调递减.

综上，或．

(2)

 当时,即，在时取得最大值为.

当时，即，所以在取得最大值为0

所以

综上可得的最小值为a.

**小结：**本题考查了分类讨论的思想方法，解答中涉及到一元二次函数的图象与性质，不等式的解法等知识点的综合考查，解题的关键是熟练应用一元二次函数的图象与性质进行准确分类，试题综合性强.