江苏省仪征中学 2023-2024 学年度第二学期高三数学学科导学案

数列的通项与求和

研制人： 周国祥　　审核人：陈宏强

班级：________ 姓名：________ 学号：______ 授课日期：

【考情分析】

新高考对数列的通项与求和的考查主要以解答题的形式出现,通过分组转化、错位相减、裂项相消等方法求数列的和,有时与函数、不等式综合在一起考查,交汇渗透.难度中等偏上.

【真题感悟】

1．（2023 • 全国甲卷）设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_2=1$，$2S_n=na_n$． 求：

（1）$\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）数列 $\left\{\dfrac{a_{n+1}}{2^n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n．

2．（2023 • 四省适应性测试）记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且 $a_1=1$，$a_n=T_{n-1}(n\geq 2)$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 m 为整数，且对任意 $n\in\mathbf{N}^*$， $m\geq\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{2}{a_2}+\cdots+\dfrac{n}{a_n}$ 恒成立，求 m 的最小值.

【典例导引】

例 1 （2023 • 广东深圳一模）记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_n=\dfrac{a_n}{2}+n^2+1$， $n\in\mathbf{N}^*$．

（1）求 a_1+a_2 的值，并证明：$\{a_n+a_{n+1}\}$ 是等差数列；

（2）求 S_n．

例 2 （2023 • 湖南长沙一模）已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_2+a_3+a_4=39$，$a_5=2a_4+3a_3$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）数列$\{b_n\}$满足$b_n=\dfrac{n}{a_n}$，求$\{b_n\}$的前 n 项和T_n.

例 3（2023 • 新高考Ⅱ卷）已知$\{a_n\}$为等差数列，$b_n=\begin{cases}a_n-6, n\text{为奇数}, \\ 2a_n, n\text{为偶数},\end{cases}$ 记S_n，T_n分别为数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和，且$S_4=32$，$T_3=16$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）证明：当$n>5$时，$T_n>S_n$.

例 4 （2023 • 湖北黄冈三模）已知在数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{5}{4}$，$4a_{n+1}=a_n+3\ (n\in\mathbf{N}^*)$.

（1）证明：数列$\{a_n-1\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$前n项的和S_n；

（2）记$b_n=2^n\cdot a_n$，求证：$\dfrac{1}{2b_1+3}+\dfrac{1}{2b_2+3}+\cdots+\dfrac{1}{2b_n+3}<\dfrac{13}{40}$.

江苏省仪征中学 2023-2024 学年度第二学期高三数学学科作业
数列的通项与求和

研制人：周国祥　　审核人：陈宏强

班级：____________ 姓名：_____________ 学号：_________ 时长：60 分钟

1.（2023·广东揭阳二模）已知在正项等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=2$，$a_4=8$，数列$\{a_n+a_{n+3}\}$的前n项和为S_n，则$S_5=$（　）

A．288　　B．99　　C．99或279　　D．279

2.（2023 广东惠州一模）在等差数列$\{a_n\}$中，a_4，a_{2019}是方程$x^2-4x+3=0$的两个根，则$\{a_n\}$的前 2022 项和为（　）

A．1011　　B．2022　　C．4044　　D．8088

3.（2023·山东济南一模）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_{m+n}=a_m+a_n\left(m,n\in\mathbf{N}^*\right)$.若$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_k=135$，则$k=$（　）

A．10　　B．9　　C．8　　D．7

4.（2023 湖南岳阳一模）已知两个等差数列 2，6，10，…及 2，8，14，…，200，将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列$\{a_n\}$，则数列$\{a_n\}$的各项之和为（　）

A．1666　　B．1654　　C．1472　　D．1460

5.（多选题）（2023 河北衡水二模）已知数列$\{a_n\}$是首项为$\frac{1}{2}$的正项等比数列.若$2a_2+4a_3=1$，则下列结论正确的有（　）

A．$a_3=2a_2$

B．数列$\{a_n\}$的前 6 项和为$\frac{63}{64}$

C．数列$\{\log_2 a_n\}$是递减的等差数列

D．若$b_n=\frac{1}{\log_2 a_n\cdot\log_2 a_{n+1}}$，则数列$\{b_n\}$的前$n$项和的最大值为 1

6.（多选题）（2023 福建漳州三模）已知S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_3=3$，$S_5+S_2=18$，$b_n=\frac{1}{a_{2n-1}\cdot a_{2n+1}}$，记数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，则（　）

A．$a_n=n-1$　　B．$S_n=\frac{n(n+1)}{2}$

C．$b_n=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$　　D．$T_{10}=\frac{10}{21}$

7.（2023 山东淄博三模）在等差数列$\{a_n\}$中，$a_4=5,a_7=11$，$b_n=(-1)^n\cdot a_n$，则数列$\{b_n\}$的前 101 项之和$S_{101}=$________.

8.（2023 广东广州一模）已知$n\in\mathbf{N}^*$，将数列$\{2n-1\}$与数列$\{n^2-1\}$的公共项从小到大顺序排列得到新数列$\{a_n\}$，则$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{10}}=$__________.

9．（2023 • 湖北武汉三模）已知数列$\left\{a_n\right\}$是等差数列，设$S_n\left(n\in N^*\right)$为数列$\left\{a_n\right\}$的前 n 项和，数列$\left\{b_n\right\}$是等比数列，且$b_n>0$.若$a_1=3,\quad b_1=1,\quad b_3+S_2=12,\quad a_5-2b_2=a_3$.

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$和$\left\{b_n\right\}$的通项公式；

（2）若$c_n=\begin{cases}\dfrac{2}{S_n}, n\text{为奇数}, \\ b_n, n\text{为偶数},\end{cases}$求数列$\left\{c_n\right\}$的前 $2n$ 项和.

10．（2023 江苏南京二模）已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$a_1=2$，$\left(n-2\right)S_{n+1}+2a_{n+1}=nS_n$，$n\in\mathrm{N}^*$.

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）求证：$\dfrac{1}{a_1^2}+\dfrac{1}{a_2^2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n^2}<\dfrac{7}{16}$.

11．（2023 广东广州一模）已知各项都是正数的数列$\{a_n\}$，前n项和S_n满足$a_n^2=2S_n-a_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记P_n是数列$\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$的前$n$项和，$Q_n$是数列$\left\{\dfrac{1}{a_{2^{n-1}}}\right\}$的前$n$项和.当$n\geq 2$时，试比较$P_n$与$Q_n$的大小.