

# 建构基于“三个理解”的高效复习课堂

● 山东省菏泽市第三中学 李淑萍

在高三数学教学中,复习课是一种常态课,那么,复习课需要完成哪些主要任务呢?通过复习,将以往所学的知识点进行全面系统梳理,从而形成系统的、稳定的认知结构;结合课程标准进行考点的梳理,做好查缺补漏;通过模块化复习,挖掘出问题的本质,找到问题的一般规律;通过复习,抽象概括出重要的数学思想方法,从而更好地理解数学、应用数学,培养良好的思维品质<sup>[1]</sup>.若想发挥复习课的价值,自然离不开教师的精心筹备,而受传统教学理念的影响,大多教师在课堂上习惯于应用“师问生答”的方式将知识点进行罗列,虽然课堂上也有互动,但仅局限于问答,学生的学习是被动的,难以激发学习兴趣,部分教师在组织教学时,习惯于按照教材的顺序展开复习,未从整体和全局上进行建构,因而知识结构性不强,不利于知识的迁移.另外,在复习过程中,过多强调“刷题”却不重视方法的提炼和总结,因此仍然会出现“懂而不会”的现象.当然,还有部分教师在复习课教学时,未能从学生的最近发展区出发把握学情,从而影响学生参与的积极性,不仅难以发挥学生的主体作用,而且因为内容不符合学生认知规律而导致参与率低下,课堂氛围沉闷、消极.可见,要上好复习课就要避免简单的内容罗列和盲目的“题海”,应从学生认知出发,找到合适的切入点,从而激发思维活力,促进解题效率提升.

笔者以“函数的单调性”为例,从“三个理解”出发,谈了几点对高三数学复习的粗浅认识,以抛砖引玉,启发思考.

## 1 理解数学

理解数学,如果单纯地靠理解知识去解决数学问题还不够,还应清楚知识产生的背景、形成过程和形成方法;准确把握知识的本质、结构,挖掘出数学知识中蕴含的数学思想;还要明晰知识点之间的联系,进而形成以核心知识点为节点的纵横交错的知识网络<sup>[2]</sup>.在学习数学时,只有知道知识从哪里来,能解决哪些问题,才能真正地理解数学并应用好数学;只有经历知识产生、发展的过程,才能让学生真正地理解知识,并将知识和方法转化为学习能力,形成正确的数学观.为此,教师要清楚知识的逻辑结构,这样教学才能有条不紊地顺利开展,才能让学生抓住学习的重难点,从而进行科学的建构.

**问题 1** 我们在学习函数时,一般从哪几方面来研究呢?

**设计意图:**数学逻辑性强,在解决一个问题时往往会涉及其他问题,在教学过程中只有将知识放在一个系统中,才能使知识的学习更加自然,知识的应用更加流畅.为此,教师引导学生回忆学习函数的过程,将函数的单调性置于解决问题的系统中,从而丰富研究方法,拓宽研究途径.

**问题 2** 与初中函数单调性相比,高中阶段有哪些变化呢?(从数学表达角度进行分析.)

**设计意图:**与初中知识相串联,通过区别和联系呈现函数单调性的发展过程,让学生感受数学知识的学习一般需要经历从直观到抽象、从感性到理性的过程,从而在梯度变化中体验数学学习的乐趣.与此同时,将函数的单调性从知识体系中提取出来,呈现本节课的研究重点,明确复习方向.

**问题 3** 说一说你是如何理解增函数的.

**设计意图:**通过开放性的问题引导学生结合自己的认知进行多角度联想,通过合作交流构建起完整的知识链.

**问题 4** 单调性证明.

**例 1** 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ .

(1)  $f(2) > f(1)$  是函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数的 \_\_\_\_\_ 条件;

(2)  $f(2) > f(1)$  是函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上不是单调减函数的 \_\_\_\_\_ 条件;

(3)  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为单调增函数是其在  $(-\infty, 1)$  和  $(1, +\infty)$  上都是单调增函数的 \_\_\_\_\_ 条件;

(4) 函数  $y=f(x)$  是区间  $D$  上的单调函数,则直线  $x=a$  与函数  $f(x)$  图象有 \_\_\_\_\_ 个交点.

**设计意图:**借助实际应用强化对知识的理解,以此促进知识的内化,提升解题能力.如问题(1)引导学生从逆向理解,即若  $f(x)$  为增函数,  $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow x_1 > x_2$ ; 问题(2)则从反面出发,让学生深化理解减函数;问题(3)则利用反例法来分析,让学生知晓若一个函数有多个单调区间时,不能直接用“U”连接;问题(4)在理解单调区间与定义域关系的基础上,培养学生数形结合意识.这样在问题的引领下,将教材中关于判断函数单调性的问题进行串联,多角度呈现概念的重要价值,引导学生在解决问题时善于回归概念,回归问

题的本源。

在复习阶段切勿好高骛远,要重视回归课本,挖掘问题的本质,进而通过知识点的整合和重建实现认知结构的优化,让学生有能力去解决更有挑战性的问题,提升解题信心和解题能力。

## 2 理解学生

众所周知,脱离学生实际的教学必然是低效的,为此,教师在开展教学活动时一定要理解学生。教师要清楚学生基础知识的掌握情况,清楚学生的思维特点,清楚学生的困惑点和薄弱点,从而进行有针对性的查缺补漏,挖掘出新的生长点,促进学生学习能力的进一步提升。只有真正地理解学生,才能设计出符合学生最近发展区的问题,让学生够得着又能有所提高。同时,教学设计只有符合学生思维发展特点,符合学生心理需求,才能激发学生的学习兴趣,引起师生情感的共鸣,从而让学生积极主动地参与到教学实践中去,使课堂呈现勃勃生机<sup>[3]</sup>。

分析学生作业及课前测评时发现,学生在理解函数的单调性上还存在以下几个问题:①判断函数单调性时容易忽视定义域;②将函数单调性的判断和证明混为一谈;③对分段函数的单调性理解不够充分;④在应用函数单调性解决问题时容易思维受阻。结合以上学情,教师在复习阶段可借助练习帮助学生厘清问题的来龙去脉,从而达到深理解,灵活应用的效果。

**例2** 证明函数  $f(x) = e^x - \frac{1}{e^x}$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数。

**设计意图:**引导学生尝试应用不同方法证明,进而总结归纳出证明函数单调性的一般方法,即定义法和导数法,结合学生呈现的问题进行详细讲评,从而构建证明函数单调性的方法系统。

**例3** 判断函数  $f(x) = e^x - \frac{1}{e^x}$  在  $\mathbf{R}$  上的单调性。

**设计意图:**与例2形成对比,通过区别和联系深化知识的理解,同时整理归纳出判断函数单调性的方法,如定义法、图象法、复合函数法和导数法等。

**例4** 若  $f(x) = e^x - \frac{k}{e^x}$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数,求实数  $k$  的取值范围。

**设计意图:**学生在遇到含参问题或反向推理问题时容易出现思维障碍,借助例4充分暴露学生思维过程,借助讲评培养学生的转化意识。如例4在求解时可将其转化为求  $f'(x) \geq 0$  恒成立的问题,转化后的问题更符合学生的认知,求解自然也就水到渠成了。

**例5** 已知函数  $f(x) = e^x - e^{2-x}$ 。

(1)若  $f(x_1) > f(x_2)$ , 求证:  $x_1 > x_2$ ;

(2)若  $f(x_1) + f(x_2) > 0$ , 证明:  $x_1 + x_2 > 2$ 。

**设计意图:**本题是一个综合性问题,主要考查学生

对单调性本质的理解。对于问题(1),可以将其转化为证明函数单调性的问题。对于问题(2),可以构造函数  $y = f(x+1)$  是奇函数且为增函数,由  $f[(x_1-1)+1] + f[(x_2-1)+1] > 0$ , 得出结论;也可以回归概念,利用反证法证明,假设  $x_1 + x_2 \leq 2$ , 因为  $x_1 \leq 2 - x_2$ ,  $x_2 \leq 2 - x_1$ , 结合函数为单调增函数,可得  $f(x_1) + f(x_2) < 0$ , 与已知  $f(x_1) + f(x_2) > 0$  相矛盾,所以假设不成立,则  $x_1 + x_2 > 2$ 。

结合学情设计了针对性的练习,充分暴露学生在解决函数单调性问题时的障碍点,从而有针对性地进行引导,带领学生走出思维误区。在教学中,只有理解学生才能设计出符合学生最近发展区的问题,才能带领学生走出“题海”,提高教学效率。

## 3 理解教学

教学绝不是简单的知识传授,“教”与“学”应该是有机的相互促进、协调统一的整体。在教学中,过多强调“教”的意义而忽视“学”的价值,将影响教学的发展。在教学中,教师不仅要清楚知识的逻辑结构,还要清楚学生的思维特点和认知规律,同时还要掌握科学的教学方法,将“教”与“学”有机地整合在一起,将有逻辑意义的新旧知识相串联,进而通过不断吸收和同化形成清晰、稳定的认知结构。

**例6** 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \geq 0, \\ 3x - x^2, & x < 0. \end{cases}$

(1)若  $f(2-a^2) > f(a)$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(2)若  $f(2-a^2) + f(a) > 0$ , 求实数  $a$  的取值范围。

**设计意图:**借助综合情境,考查学生应用单调性解决问题的能力。第一问可直接利用函数的单调性进行求解;第二问利用奇函数转化为  $f(2-a^2) > f(-a)$ , 结合单调性来求解,虽然形式发生了变化,但其本质却没有变。

数学题目千变万化,若能抓住问题的本质,往往可以在变化中找到一些不变的规律。这正是数学学习的乐趣之所在,也是数学教学的价值所在。

总之,以“三个理解”为出发点,让数学知识的发生、发展顺应学生的思维发展,这样的教学是自然流畅的,既有活力又高效。

### 参考文献:

- [1]葛卫国.精心架设探究路径 提升学生思维能力[J].中国数学教育,2010(22):9-11.
- [2]凌英波.理解数学,理解学生 钻研教材,优化设计[J].数学学习与研究,2011(6):7.
- [3]林婷.突出主体地位 追寻高效复习[J].数学通讯,2013(6):47-51. 