基于共情思维的高中数学二轮复习试卷讲评课研究

郝英俊 （山东省蓬莱第一中学 265600）

摘 要 通过引入心理学的共情思维，分别从学情分析、师生对话、命题意图、桥梁与纽带四个步骤，构建基于共情思维的高中数学二轮复习试卷讲评课模式，并通过教学案例的实施，提升二轮复习讲评课的质量，提高学生解题的迁移能力，提升学生的学科关键能力．

关键词 共情思维；试卷讲评；二轮复习；教学案例

文章编号 1004-1176(2024)02-0024-03

高三二轮复习与一轮复习相比，做试卷的数量和频率明显增多，试卷讲评是整个二轮复习的重中之重．现行的试卷讲评课大多形式比较单一，以“填鸭式”的灌输为主；注重考情分析，缺少学情分析；注重知识落实和试题解法，缺少思维拓展和能力迁移；注重师生互动，缺少情感共鸣．鉴于此，笔者引入“共情思维”，构建高三二轮复习讲评课的新思路，以期能提高课堂效率，提升学生的学科关键能力．

1 共情思维课堂教学模式

共情是一个心理学概念，具有三个特征：第一，接纳他人观点．共情强调接受他人不同观点，即换位思考、感同身受．第二，不妄加评判．不因为主观臆断而忽略他人的真实感受．第三，理解式对话．共情需要理解他人的情绪、意识和认知关系，并在此基础上展开对话[1]．笔者在学习其他学者研究的基础上，将共情思维在试卷讲评课中的应用分成四步实施．第一，进行学情分析，全面理解学生解决问题的思路，构建师生共情；第二，引导学生理解教师的讲解意图，深化师生共情；第三，深入理解命题者的意图，与命题者共情；第四，探寻学生解题思路和命题意图之间的桥梁和纽带，实现师生和命题人三者共情．

1.1 进行考情分析，明确学生思维障碍

考试结束后，教师除了对学生进行考情分析之外，还需要对学生进行学情分析．每个学生出错的原因不尽相同，如果采用谈话沟通的方式可能需要大量时间，影响试卷讲评进度和时效性．学生解题出错的原因大致可分为：根本没有思路、数学计算错误、数学公式定理运用出错、有思路但思路不完整、套用以前试题的解题方法、忽略试题的特殊情况六种情况．因此，教师可以设置调查问卷，让学生写出自己出错的详细原因后，教师对调查问卷进行整理和归类．由于是二轮复习讲评，所以我们要重点研究后三种出错原因．对于有思路但思路不完整的，教师需要探寻学生思维的阻断点．对于套用以前试题解题方法的，教师需要研究本试题与以前试题间的差异性：为什么这两道试题不可以采用同样的解题方法？试题表述和设问以及解题思路的差异在哪里？对于忽略试题特殊情况的，教师需研究：为什么学生忽略了特殊情况？以前有没有做过相似的试题？除了这道试题有特殊情况之外，还有哪些题型也有特殊情况？

明确学生的思维障碍之后，教师在授课的过程中需要站在学生立场，对其出错原因和思维障碍给予充分的理解和共情．笔者在课堂教学中，往往将学生出错的案例说成自己出错的案例，说“第一次我是这样做的，感觉不对，第二次我又是这样做的，感觉也不对”，通过这种形式，激发学生的探究欲，引起师生间的共情，让学生耐心倾听并接纳教师给出的解决方法和学习建议．

1.2 师生思维对话，扫除思维屏障

试卷讲评时，教师和学生之间要有思维对话．思维对话的焦点就是学生的思维障碍，教师可让学生站起来表达自己的解题思路，并对学生的解题思路给予充分肯定．遇到学生思维受阻时，教师要与学生一起共情，可以尝试着说“下面是大多数同学容易出现问题的地方了”“下面是优秀学生很容易出现问题的节点”“我刚参加工作时，也常常在这里出现问题”“去年我班第一名的同学就是在

这里出现问题了”等.通过语言共情,鼓励学生大大方方地说出自己的解题思路,减少学生的紧张感,防止学生觉得做错题目是一件丢人的事情.这时教师先不要去纠正学生的思维错误,可以让他们广泛讨论,形成思维辩论.理越辩越明,学生在辩论的过程中,无论是对还是错的一方,都会有或多或少的同学一起与之共情,这样不仅能增强师生之间的共情,还能加强学生之间的共情.通过思维交流、思路碰撞,彻底扫除学生的思维屏障,突破思维关键节点,提升学生的解题能力.

1.3　探讨命题意图,研究命题思路

考试既是考学生也是考教师,因此,在课堂教学中教师可与学生站在同一立场,一起共情,共同研究命题思路.我们可以这样说:“命题人挺有水平啊,就这么一道试题,居然让我们不得分,让我们来分析分析他的命题意图,他想考我们什么知识和能力?这道试题最关键的突破点在哪里?跟我们平时做的练习题有什么差异?如果相同,共同点在哪里?如果不同,差异性在哪里?采用了什么思维?是逆向思维还是变式思维?”通过这种共情,能进一步加强师生合作,激发学生的探究兴趣.

1.4　构建学生思维与命题意图间的桥梁和纽带

试卷讲评课包含了三种思维:教师讲评思维、学生答题思维、命题者命题思维.学生答题思维和命题思维不一致时,学生就会出现错误.试卷讲评课的目的就是根据答题思维和命题思维的差异,采取一定的教学策略,将学生的答题思维引向命题思维,从而达成教学目标[2].教师的讲评是学生思维与命题思维之间的桥梁和纽带,其作用是使三种思维达到统一并在这一基础上进行进一步的延伸和拓展,实现能力迁移,提升学生关键能力.

2　教学案例

2.1　考情分析

以一道典型的三角函数题为例,对学生的思维障碍进行整理和归类(表1).

例　设函数 $f(x)=12\cos^2 x-4\sqrt{3}\sin x\cos x-5$.

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期和值域;

(2)在锐角三角形 ABC 中,角 A,B,C 的对边长分别为 a,b,c.若 $f(A)=-5$,$a=\sqrt{3}$,求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

表 1　思维障碍整理和归纳

出错的类型	有思路但思路不完整	套用以前试题解题方法	忽略试题的特殊情况
出错人数	16	7	6
出错原因分析	用正弦定理构建函数没有化简到最后	用余弦定理和基本不等式	忽略“锐角三角形”的隐藏条件

下面是共情思维课堂教学的片段.

师:我第一次做这个题目,是这样做的,同学们有没有跟我的解法一样的?

解　(1)$f(x)=12\cos^2 x-4\sqrt{3}\sin x\cos x-5=6\cos 2x-2\sqrt{3}\sin 2x+1=4\sqrt{3}\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$,所以最小正周期 $T=\pi$,值域为 $[-4\sqrt{3}+1,4\sqrt{3}+1]$.

(2)由 $f(A)=-5$ 可得 $12\cos^2 A=4\sqrt{3}\sin A\cos A$,因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,所以 $\sqrt{3}\cos A=\sin A$,即 $\tan A=\sqrt{3}$,$A=\frac{\pi}{3}$.根据余弦定理知 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$,则 $3=(b+c)^2-3bc\geqslant(b+c)^2-3\left(\frac{b+c}{2}\right)^2$,即 $(b+c)^2\leqslant 12$,当且仅当 $b=c$ 时等号成立.所以 $b+c$ 的最大值为 $2\sqrt{3}$.

又因为锐角三角形 ABC 中 $b+c>a$,所以 $\sqrt{3}<a+b+c\leqslant 3\sqrt{3}$.所以 $\triangle ABC$ 周长的取值范围为 $(\sqrt{3},3\sqrt{3}]$.

生1:对对对,我也是这样做的,英雄所见略同啊.

师:这么多跟我解法一样的?很是荣幸啊.我们这么做对吗?

生2:第二问你们这样做看起来天衣无缝,但是这是不对的.

师:哪位同学能代表我将解题思路讲一下?如果你们发现问题,可以随时指出来和这位同学辩论一下.

生3:让生1代表我们讲一下.

生1:本题求周长即求 $a+b+c$ 的取值范围,a 边已知,利用余弦定理把 $b+c$ 和 bc 放到一个式子中,然后利用基本不等式 $bc\leqslant\left(\frac{b+c}{2}\right)^2$,建立关

于 $b+c$ 的不等式,求出最大值.又因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,所以根据三角形两边之和大于第三边,求出周长的具体范围.

生 4:这个解法是错误的.错误原因是锐角三角形的条件运用得不充分,没有体现三个角都是锐角,求周长的范围时,左边只是应用了三角形两边之和大于第三边,所以上面做法中的范围不准确.应该用正弦定理,把边转化成角,消元,把三个角消成一个角,利用锐角三角形三个角都是锐角的条件,解出变量角的准确范围,这样把周长构建成角的函数,解出范围.下面是正确解法:

由 $f(A)=-5$ 可得 $12\cos^2 A=4\sqrt{3}\sin A\cdot\cos A$,因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,所以 $\sqrt{3}\cos A=\sin A$,即 $\tan A=\sqrt{3}$,$A=\frac{\pi}{3}$.由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$,得 $b=2\sin B$,$c=2\sin C=2\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)$,所以

$$\begin{aligned}a+b+c&=\sqrt{3}+2\left[\sin B+\sin\left(\frac{2\pi}{3}-B\right)\right]\\&=\sqrt{3}+2\left(\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B\right)\\&=\sqrt{3}+2\left(\frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)\\&=2\sqrt{3}\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}.\end{aligned}$$

因为 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,所以 $0<B<\frac{\pi}{2}$,$0<C<\frac{\pi}{2}$,即 $\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\0<\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 解得 $\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{2}$. 所以 $\frac{\pi}{3}<B+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$,$\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$,即 $3+\sqrt{3}<2\sqrt{3}\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\leqslant 3\sqrt{3}$,所以 $\triangle ABC$ 周长的取值范围为 $(3+\sqrt{3},3\sqrt{3}]$.

生 1:哦,这是我的失误,马失前蹄.

2.2　探讨命题意图

我们可以说:"命题人挺有水平啊,就这么一道试题,居然让我们不得分,那我们来分析分析他的命题意图.他想考查我们什么知识和能力?这道试题最关键的突破点在哪里?跟我们平时做的练习题有什么差异?如果相同,共同点在哪里?如果不同,差异性在哪里?采用了什么思维?是逆向思维还是变式思维?"

学生广泛讨论,最后师生一起共情,对命题意图进行深度剖析:

考查知识和能力:正余弦定理解三角形,构建函数解题的能力.

思维关键突破点:利用"锐角三角形"三个角都是锐角的隐藏条件,可以求出变量角的具体范围,利用正弦定理把三角形的边转化成角,把周长构建成角的函数.

与平时练习题的差异:平时的题目条件中没有"锐角三角形",求周长范围构建函数可以用边表示,利用基本不等式运算比较简单;也可以把边转化成角表示,变量角的范围仅仅是三角形中的限制.

考查的思维方式:构建函数,变式思维.

2.3　构建桥梁与纽带

学生的解题思维是利用周长公式和基本不等式直接求范围.

命题思维:解三角形是高考的必考内容,学生解题时须准确使用题目中"锐角三角形"的隐藏条件,避免出现"会做但是得分不全"的情况.正余弦定理的边角关系是桥梁与纽带.若将本题中"锐角三角形"这一条件改为"钝角三角形",其余不变,又该怎么做呢?

3　结束语

在高三二轮复习试卷讲评课中通过四个共情步骤,构建共情思维课堂,能深度发现学生的思维障碍,加强思维碰撞,明晰命题者意图,达到命题思维、解题思维和教师讲解思维三者统一,提高课堂效率,增强学生的探究兴趣,提升其学科关键能力.

参考文献

[1]　洪音.共情对小组合作学习的影响及其提升策略[J].当代教育科学,2019(9):24-28.

[2]　柴华杰.共情思维在高中地理试卷讲评课中的运用研究[J].地理教学,2023(12):7-10.