

高中数学中三角函数的解题技巧

——以三角函数的图形与性质为例

胡斌(江西省萍乡市上栗中学 337000)

【摘 要】 三角函数是高中数学学习的重难点,也是高考的热点,纵观当前高中三角函数考查的方向,题目灵活多变、解题方法也多种多样.鉴于传统解题模式中面临的诸多错误,唯有将代数知识和几何知识整合到一起,借助数形结合思想的辅助,才能高效率地解决这些问题.本文结合三角函数相关考试题目,对几何和代数相配合的解题策略进行简单介绍,具备一定的参考价值.

【关键词】 高中数学;三角函数;解题技巧

纵观当前高中数学知识体系,三角函数贯穿学习的始终,也是学生学习的重点和难点,更是历年高考的热门.基于三角函数的特点,主要对学生的逻辑分析能力、推理能力、抽象思维能力等进行考查,并为学生未来的发展奠定坚实的基础.

1 在求解析式参数中的应用

例 1 如图 1 所示,函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ $\cdot \cos(\omega x + \varphi)$, 且 $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 该函数图象的最低点为 $P(-2, a)$, 最高点为 $Q(1, b)$, 如果 PQ 两点之间的距离为 5, 那么函数 $g(x) = A \cos(\omega x - 2\varphi)$ 说法正确的是()

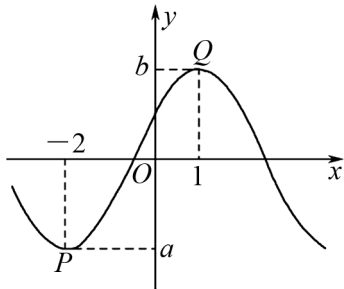


图 1

(A) 在区间 $[4, 2]$ 上单调递增.

(B) 在区间 $[0, 6]$ 上单调递减.

(C) 在区间 $[1, 7]$ 上单调递减.

(D) 在区间 $[4, 10]$ 上单调递增.

解析 这是一道典型的三角函数选择题,学生需要结合函数 $f(x)$ 的描述,将该函数解析式中的三个参数值求解出来,并在此基础上,结合 $g(x)$ 函数的解析式,利用三角函数的性质将其单调区间求出来.鉴于此,在解决这一题目时,必须要对题目中给出的图象、条件进行全面、深层次地挖掘,连接 PQ , 并过这两点作 x 轴、 y 轴的垂线,且两垂线相交于 B 点(如图 2 所示).

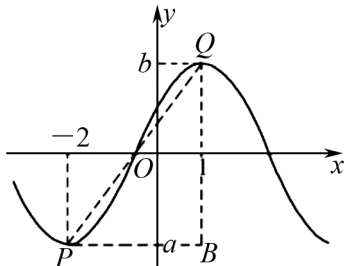


图 2

接着,结合题目中给出的条件,利用 P 、 Q 点的左边,以及 PQ 的长度,最终求解出 PB 的长度为 3,并借助勾股定理,将 QB 长度求出来为 4.

因此, $\frac{1}{2}A = \frac{4}{2} = 2$, 所以 $A = 4, T = \frac{2\pi}{2\omega} = 3 \times 2 = 6$,

如此,可得出 $\omega = \frac{\pi}{6}$.

再对三角函数的图象进行观察,由于其经过 Q 点,将其坐标代入之后,

即可得出 $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2\varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, 且 $k \in \mathbf{Z}$;

又因为 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$,

据此得出 $\varphi = \frac{\pi}{12}$. 如此, 由于确定了解析式中的

相关参数, 可得出 $g(x) = 4\cos\left(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{6}\right)$,

最终将该函数的单调递增区间、单调递减区间明确出来, 得出本题最终的答案(C)^[1].

2 在求三角函数最值中的应用

例2 已知函数 $f(x) = \sin \frac{1}{2}x$, 如果将其图象

向左进行平移, 待到平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位之后, 就会得到函数 $g(x)$ 的图象, 如果 $x \in (0, m)$, 函数 $g(x)$ 图象在函数 $f(x)$ 图象的左上方. 那么, 函数中 m 最大的值为多少?

解析 在对此三角函数问题进行解答的时候, 首先要根据三角函数平移规律, 先结合 $f(x)$ 的三角函数图象, 将 $g(x)$ 的函数图象求出来.

在同一个平面直角坐标系中, 将这两个函数图象画出来(如图3所示), 对其进行详细的观察, 结合图象进行解答.

又因为函数 $f(x) = \sin \frac{1}{2}x$ 向左进行平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位之后, 得到了 $g(x)$,

$$\text{且 } g(x) = \sin \frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right);$$

接着对图象进行观察, $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$,

因此, 唯有函数 $g(x)$ 与函数 $f(x)$ 相等时,

m 值才会最大, 并由此得出 $m = \frac{5\pi}{6}$ ^[2].

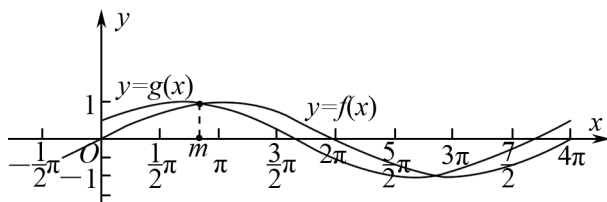


图3

3 结语

综上所述, 在高中数学教学中, 三角函数是重中之重, 也是学生解题中面临的最大阻力. 基于学生在三角函数解题中存在的问题, 唯有充分发挥自身的引导价值, 带领学生突破传统代数解题思维的限制, 科学融入几何思想, 在数形结合思想的辅助下, 结合三角函数图象及性质, 即可高效地解决这一问题.

【此文系江西省教育科学“十四五”规划课题《借助数学实验提升高中生数学抽象核心素养的实践研究》的科研成果论文, 课题编号: 22PTZD039.】

参考文献:

- [1] 耿海龙. 例谈高中数学三角函数的解题方法[J]. 数理天地(高中版), 2022(06): 10-11.
- [2] 孙健. 数形结合思想在高中函数教学中的应用[J]. 新课程研究, 2021(20): 111-112.