

# 在函数模型中渗透学科大概念

华 靖(浙江省宁波市鄞州中学)

**摘要:**大概念教学理念解决了传统教学中存在的知识碎片化的弊端,以提高学生的核心素养为目标导向,强调知识体系的完整性,重视数学知识的发生、发展规律。数学建模是高中数学六大核心素养之一,从中提取的大概念指向数学的实际应用价值。

**关键词:**数学建模;函数的应用;大概念;课例点评

**文章编号:**1002-2171(2022)11-0023-02

单元教学是以学科大概念为统领的教学理念。大概念并不是简单地理解为“核心概念”,它可以被界定为反映专家思维方式的、概念、观念或论题,它具有生活价值<sup>[1]</sup>。以大概念教学理念为指导的高中数学课,能够从知识、技能、思想等多个维度将知识内容、研究方法等进行整合,从而不断完善学生的知识体系。因此,单元教学应该以“大概念教学理念”为理论基础。笔者反复观看了“函数的应用(一)”这节课,对于如何落实大概念教学理念有了更深刻的体会。

## 1 大概念引领下的教学实施路径

单元教学体现在对学科教学单元内容进行的二

## 2 商榷

本节课中,例1中的问题1的教学主要包括两部分:一是套用公式“个税税额=应纳税所得额×税率-速算扣除数”和“应纳税所得额=综合所得收入额-基本减除费用-专项扣除-专项附加扣除-依法确定的其他扣除”,求得应纳个税税额 $y$ 关于综合所得收入额 $x$ 的函数;二是分析所求函数的性质及其在生活中的实际意义。在此基础上,教师就直接给出解题过程的小结:实际情境—提出具体的问题—建立函数模型(检验模型、完善模型)—用模型解决问题。这个小结是一个宏观的概括,与前面例题教学中具体的解题步骤相比,跨度大。此外,该小结大约只用时1.5分钟。

那么,这里有个问题值得关注,这个小结对“教材中课后习题的完成”“函数的应用(二)的学习”帮助有多大?事实上,例1和例2中的函数模型都是分段函数,每一段都是一次函数或常值函数,而教材的课后习题中的函数模型还包括二次函数、反比例函数等。

度开发和整体设计,知识的联系与交融体现在多个方面,大概念的层级关系也可以是多种通道。相应地,单元教学的课时安排与教学设计也是多元化的,譬如以数学的实际应用价值为依据逆向设计情境,以问题链为载体进行课堂结构的构建,以数学的发展规律为线索搭建知识脉络,以数学方法论为工具促进探究性学习,等等,具体的实施路径如图1。

## 2 聚焦素养,提取学科大概念

根据不同的提取大概念的路径,高中数学复习课的大概念层级可以分三类:一是主题类概念(以知识内容为主,如集合、数列、三角函数等);二是方法类概

并且,有些课后习题中变量的表示、变量间的关系、函数模型的选择都需要学生去探索。事实上,这也是解题思路探索的过程。因此,笔者认为例题中具体的解题经验若没有概括上升为对思维过程的理性认识,对后续的作业完成帮助不大。

通过以上分析,笔者建议在课堂中归纳出建立函数模型的基本思维过程,将解题思维显性化,从而提升迁移能力。函数应用题本质上就是建立函数模型解决实际问题。建议对照具体的解题过程,归纳出建立函数模型的思维过程:分析变量有哪些、数据的获取与分析、寻找变量间的关系、选择函数模型等。从具体的解题体验中概括出一般思维过程,上升到理性认识的水平。

**参考文献:**

- [1] 罗增儒. 数学解题的认识与实践(中)[J]. 湖南教育(C版), 2016(02):22-25.
- [2] 章建跃. 《普通高中教科书·数学(人教A版)》“单元—课时教学设计”体例与要求[J]. 中学数学教学参考(上旬), 2019(8):14-16.

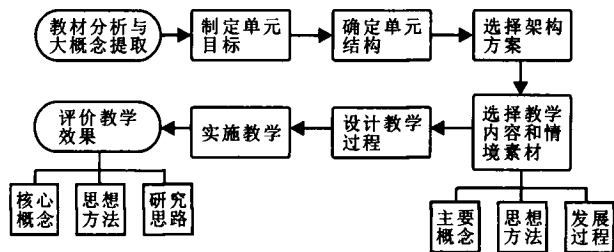


图1

念(以数学思想方法为主,如函数、数形结合、分类讨论、由特殊到一般等思想方法);三是素养类概念(以数学核心素养为主,如数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学运算等)。

本节课例应属于第三类,依托数学建模素养提取出的大概概念应指向“数学建模是应用数学解决实际问题的基本手段”,结合教学内容提取出其下级大概概念:“函数是解决数学问题的基本工具”“函数模型能够描述变量间的对应关系”。本节课的重点是启发学生在实际应用中感受数学的价值,会用数学的眼光观察世界、会用数学的语言描述世界,理解利用数学模型解决实际问题的基本思路与方法。

### 3 问题启发,建立数学模型

课例以纳税问题为例,设置问题,逐步引导学生经历建立数学模型、分析数学模型、解决实际问题的过程,问题环环相扣、层层递进、清晰明确。

问题1:如果小王全年的综合所得收入额为189 600元,那么他全年应缴纳多少综合所得税?

问题2:设小王全年的综合所得收入额为 $x$ 元,应缴纳综合所得税税额为 $y$ 元,求 $y$ 关于 $x$ 的函数解析式。

问题3:如果小王全年的综合所得由189 600元增加到249 600元,那么他全年应缴纳的个税税额会变为多少?

问题4:如果小王全年应缴纳综合所得税为3 344元,那么他全年的综合所得收入额为多少?

问题5:如果小李全年应缴纳个税也为3 344元,那么他全年综合所得收入额是否一定也为220 000元呢?为什么?

问题串巧妙地将“从实际情境出发提出具体问题—利用函数建立模型—利用模型解决问题—完善和检验模型”的数学建模过程融于其中,学生在教师的引导下,体会了数学建模的基本过程。

### 4 紧依实际,体会数学价值

授课教师在整堂课中多次与现实生活相结合,引导学生理解数学在实际应用中的价值。

引导1:神舟十三号发射过程中离开发射点的距离与时间之间是一种函数关系,生活中烟花的设计、打车的费用、缴纳的个税等问题都可以用函数来解决。

引导2:在我们的认知中,收入越多,纳税就会越多,从刚才建立的函数模型中来看,我们的认知是否准确和严谨呢?

引导3:通过观察分段函数的图像,我们发现随着收入的增加,税率呈现升高趋势,这体现了国家制定个税法时缩小贫富差距的意图。

引导4:当全年应缴纳综合所得税相同,综合所得收入额不一定相同,体现了国家对于高负担群体的保护;当应纳税额相同时,全年应缴纳综合所得税相同,体现了税法的公平性。

引导5:课后请向父母了解家庭收入与应纳税额之间的关系,建立它们之间的函数模型,并与实际相比较。

数学建模并不等同于“解数学应用题”,也并不仅仅只用到了数学知识,它基于数学和现实两个出发点,使数学走出了自我封闭的世界,构建了数学与现实世界的桥梁<sup>[2]</sup>。授课教师通过追问、引导等方式,强化数学的应用价值,始终围绕着数学建模素养,体现了大概概念的引领作用。

## 5 评价与反思

大概概念在整个单元教学的设计中起到统领作用,教学目标的制订、单元结构的构建、教学方案的选择,都要遵循学科大概概念,正如“函数的应用(一)”这一课时所属的单元就是指向“数学的实际应用价值”这一大概概念,因此本节课的设计不能脱离实际应用。《普通高中数学课程标准(2017年版)》指出:数学建模是对现实问题进行数学抽象,用数学语言表达问题、用数学方法建构模型解决问题的素养。数学建模过程主要包括:在实际情境中从数学的视角发现问题、提出问题,分析问题、建立模型,确定参数、计算求解,检查结果、改进模型,最终解决实际问题<sup>[3]</sup>。

笔者认为本节课稍显遗憾的部分在于,授课教师对于例题的引导十分详尽,学生基本可以按照教师的思路顺利解决问题,如果能给予学生更多的空间,让学生尝试较为完整地发现和提出问题、分析和解决问题的过程,或可激发出学生更多的潜能。

#### 参考文献:

- [1] 刘徽.“大概概念”视角下的单元整体教学构型:兼论素养导向的课堂变革[J].教育研究,2020(6):64-77.
- [2] 廖云霞.基于数学建模核心素养下《函数模型的应用》的课堂诊断和教学反思[J].新教育,2020(26):9-10,16.
- [3] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[M].北京:人民教育出版社,2018.