基于深度学习理念的高中数学混合式教学研究

■杨 红

摘要:传统的教学方式就是教师在讲台上讲课,而学生在下面被动接受.这种教学方式的弊端较多.最重要的一点是无法发挥学生的主体作用,他们是有劲使不上.但是深度学习以及混合式教学给我们带来了解决这类问题的曙光,可以充分发挥学生的自主性,可以根据自己的兴趣与需要进行学习.本文讨论了基于深度学习的混合式教学在高中数学中的应用.

关键词:混合式教学;深度学习;函数变换;对称性

近来由于核心素养理念的提出对整个高中数学的教学产生了很大的影响.但是由于受高考的影响,不少学校难免会把重点放在怎么解题、提高升学率上.教师所用的教学方法与之前相比并没有多少改变,仍然是以填鸭式教学方式为主,教师在上面讲,学生在下面听,听完之后再练习,至于学生是怎么想,没有人去关心.这种教学方法很难提高学生学习的兴趣,时间长了反而会产生一种厌学的情绪,会适得其反.

一方面核心素养要求学生有“数学的思维方式,分析问题、解决问题”,需要学生多去思考问题,而不仅仅是解题.另一方面,随着深度学习理论的兴起,给目前高中数学教学的困境提供一种解决方案.深度学习是学生自主地去发现问题,探索问题,利用自己所学的知识与技能去解决问题,完全是主动式地学习,根据自己的兴趣与意愿,不再是像之前被动地接受知识,在解决问题的过程中学习新的数学知识,可以体会到发现新知识而带来的喜悦与乐趣.教师在此过程的作用将会减弱,不像之前一样全程参与,所要做的就是要提前设计好教学情境,可以让学生全身性地投入,把握好学生学习的方向,避免做无用功与重复劳动.

近几年由于疫情的影响,在线课程开始大行其道,大有替代线下课程的趋势.线上课程有其独特的优势,如不受时间与地点的限制,学生完全可以在心情与状态比较好的状态下,参加在线课程的学习.另外,就是对不明白的地方是可以反复地观看,直到理解明白为止,这点也是线下课程无法相比的;在线课程可以使用的资源有很多,整个网络的资源都可以被利用,不仅如此,完全可以利用先进的信息技术,实现在线的数学实验让学生可以自主地去探索其中的数学知识.

我们可以把深度学习与线上教学有机地结合起来,形成混合式教学,充分利用两者的优势,相辅相成,让学生在自主的学习过程中感受学习的快乐.笔者就从函数的奇偶性出发来谈一下深度学习理念下的混合式教学的开展.

首先,明确教学的目的.可以从函数奇偶性问题中,发现求解的思想方法并把此方法推广到一般的函数变换中去[1].通过这个课题的练习与训练,希望学生可以领会问题求解的思路,不能陷入具体的解题步骤之中.在以后的学习过程中,需要学会怎么从已知的问题中去归纳方法、总结经验,最后提升到一个更高的阶段.简单地说,就是可以悟出问题的道理.我们起始问题很简单,每个学生都应该会做.

例1 设函数$f(x)$是一个奇函数,且当$x>0$时,其表达式为$y=x^2-x+1$,试求函数表达式.

这类问题是有固定的处理方法与相应的求解步骤.

第1步:把自变量x设在未知函数表达式的区间之内,设$x<0$

第2步:把自变量x对称到已知函数表达式的区间中区去,令$x'=-x$,则$x'>0$.

第3步:计算函数在自变量x及其对称点x'处的函数值,即

作者简介:杨红(1987-),女,山东荣成人,本科,中学一级教师,主要从事高中数学教学研究

基金项目:南京市教育科学“十四五”规划2021年度一般课题“深度学习理念下高中数学混合式教学的实践研究”(L/2021/194)研究成果

$f(x), f(x')=f(-x)=(-x)^2-(-x)+1=x^2+x+1.$

第4步:根据题目所给的对称性条件得到$f(x)$,$f(x')$两者之间的关系,本题是奇函数,也即关于原点中心对称,所以有$f(x)+f(x')=0$,从而解出$f(x)$即可.

$f(x)=-f(x')=-(x^2+x+1)=-x^2-x-1,(x<0)$

以上四步缺一不可,每一步背后的原因都列举出来了.相信差不多每个学生都会做这个问题,但是可以从中提炼出一般思想方法却是寥寥无几.对于例1是需要教师详细讲解地,当然可以把讲解的视频放到线上,随时方便学生参考.

其次,搭建深度学习的情境.奇偶性是对称性的特例,我们第一个拓展就是要从奇偶性到一般的对称性.而对称性是可以利用图形来表示的,所以在这里情境设计就可以表示为函数图形具有的对称性,可以轴对称,也可以中心对称.知道其中的一部分的解析式,去计算未知部分的解析式[2].

例2　设函数$f(x)$的图形关于$x=-1$对称,且当$x>0$时,其表达式为$y=x^2-x+1$,试求函数的表达式.

与例1相对比,整个解答过程需要修改两个地方.第一个就是第2步的对称性需要修改,这里是关于直线$x=-1$对称,即$\frac{x+x'}{2}=-1\Rightarrow x'=-2-x$.

第二个就是,把第4步中的$f(x)$,$f(x')$两者间的关系修改成关于$x=-1$对称,即两者的函数值相等,即$f(x)=f(x')=f(-2-x)$

例3　设函数$f(x)$的图形关于$P(-1,1)$对称,且当$x>0$时,其表达式为$y=x^2-x+1$,试求函数的表达式.

与例1相对比,整个解答过程需要修改两个地方.第一个就是第2步的对称性需要修改,这里是关于点$P(-1,1)$对称,即自变量满足条件$\frac{x+x'}{2}=-1\Rightarrow x'=-2-x$.

第二个就是,把第4步中的$f(x)$,$f(x')$两者间的关系修改成关于点$P(-1,1)$对称,即两者的函数值满足条件$\frac{f(x)+f(x')}{2}=1\Rightarrow f(x')=2-f(x)$

若不能顺利求解例2与例3,则可以参考下面的在线课程部分.

最后,在线课程的建设.我们所谓混合式教学,不是把课堂上讲的放到网上去.而是把课堂上不方便讲,或者是需要学生自己动手去探索、寻找规律的内容加工好再放到线上.这里讲的是图形的对称性.所以可以直接给出图形,增强学生的感性认识,方便他们去思考,让他们去操作一下这些对称的图形,看看能否激发他们的灵感.因为每个人对问题的理解与吸收快慢程度是不一样的,所以把感知与体会这部分内容放在线上,让学生自己根据自身的情况,去决定怎样使用,教师没有必要作出硬性的规定.在这里一般是不需要提供答案,目的只是给学生一种对称图形体验与感知,希望通过这样的感知可以发现问题求解的规律.

有学生会直接从函数的图形的对称性,把答案写出来.完全把答案建立在函数图形的基础之上.而且这部分人还不少,当然结果没有错,但不是我们所需要结果.如果出现这种情况,我们可以把已知部分函数修改成其他没有明显几何意义的函数,如三次函数,或者稍微复杂点的函数,如:$f(x)=x\ln x$等.目的就是把学生的思考方式拉回我们所设计的上来.

当完成一般的对称性之后,我们需要把函数对称性的概念再次推广,可以得到函数变换的概念,如下所示:

轴对称:$f(x+a)=f(a-x)$,中心对称:$\frac{f(a+x)+f(a-x)}{2}=b$

可以推广到$\alpha f(x)+\beta f(y)=\gamma$,这里的$\alpha,\beta,\gamma$都是常数,这里$x,y$之间也会满足某些关系式,最简单的也就是线性关系,如:$3x+2y=5$.

例4　设$y=f(x)$,当$x\leq 0$时,$y=-x$,当$x>0$时,则有$f(x)-f(x-1)=1$,试求函数的解析式.

与例1相对比,本题已经从原来的函数对称性问

题发展到一般的函数变换问题，所以问题本身已经发生了质地变化，但是解决问题的思路并没有改变，这才是我们希望学生从这些问题中可以归纳出来的东西，也是本专题深度学习的目标.

原来的问题是把整个定义域分割成两个对称的区间，但是现在是函数变换，所以根据题目的意思，不是把整个定义域分成两个部分，而是要分解成无限多个，其分解如下：

$(-\infty,0],(0,1],(1,2],(2,3],\cdots,(n,n+1],(n+1,n+2],\cdots$

这里除第一区间是已知函数表达式，其余的都是不知道的，但是具体的解法又与例1是一样的，不过此时的未知区间是形如$(n,n+1]$的形式，其余求解过程都相同. 不过这里只有把$(n,n+1]$上的表达式求出之后，才可以计算$(n+1,n+2]$上的表达式. 这事实上是通过递归定义的函数.

另一需要注意的地方就是，现在对称性变成了函数变换，所以需要把“把自变量x对称到已知函数表达式的区间中区去”修改成“把自变量x变换到已知函数表达式的区间中区去”. 通常在不同的问题中，所用的变换是不一样的，例4用的就是最简单的平移变换.

例5　已知$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，并且$f(x)f(x+1)=-1$，当$2\leqslant x\leqslant 3$时，$f(x)=x$，计算$f(105.5)$，你能否计算出函数在$[0,4]$上的具体的解析式？

本题与之前的相比，最大的不同在于非线性关系的引入，即$f(x)f(x+1)=-1$.

本题与前面的几题从形式上看相差很大，但求解过程是与前面一致的，问题在于学生能否看出这个问题与前面的问题相比，是否有共同点[3]. 如果对此问题没有求解思路，不妨使用一下在线课程. 可以直接看这个分段的函数的图形，能否找规律. 或者是代入几个特殊的数，看看从数值上能否找到规则.

在我们的混合式教学的设计中，线上部分以学生自主探索为主，希望学生通过线上部分的学习可以弥补直观经验的不足，增加切身的体会. 根据这样的设计，线上部分不可能是教师讲解为主，主要还是以学生的操作为主，在学生自己的实际操作过程中，可以观察到这些现象背后的数学思想与方法. 可以给他们一种解决问题的灵感，能够把观察到的现象提升一个级别，可以推广到更大的范围.

深度学习与线上自主学习可以有机地结合在一起. 深度学习需要学生有一种学习的热情，在情感有一定的要求，而线上的自主学习，探索本身也可以给学生提供一种相对比较轻松地学习形式，不会像在课堂上教师提问或者是做练习题一样，完全可以根据自己的方式来；而且在线探索型问题，就如同过关小游戏一样，还是可以激发学生的学习兴趣. 两者之间相辅相成，深度学习为线上自主探索归纳总结、得到规律与法则；线上的探索活动为深度学习提供了实践的素材，给出直观的体验.

深度学习的情景设计是教师全程设计好的，如同前面的一系列问题一样. 同样，对应的线上课程，也不是把线下课程的录像、视频放到网上就是线上课程. 而是对线下课程的一个有效的补充形式，两者需要相结合才能更好的完成我们设定的目标. 线上课程也是根据线下深度学习配套设计好的，从实现的角度来看，线上课程所花的时间、所需要技术要远大于线下课程，所以开展基于深度学习理念的高中数学混合式教学对教师提出了更高的要求，这也要求教师之间开展团队协作，每人完成一个部分的功能，单凭教师一己之力已经很难完成这样的工作了.

参考文献：

[1]　林琪. 深度学习觅因果，数形结合探本质——以函数奇偶性为例[J]. 中学数学研究，2022(06)

[2]　张芹. 浅谈核心素养导向下的数学教学——以“函数的奇偶性”教学设计为例[J]. 求知导刊，2022(10).

[3]　盛梅. 高中数学教学中数学思想方法的渗透路径探究——以函数奇偶性教学为例[J]. 考试周刊，2021(99).

[江苏省南京市金陵中学河西分校（210000）]