

# 生态课堂意义下的导数概念课

——评王靓老师的“导数概念课教学”

●文卫星数学生态课堂公众号 文卫星

所谓数学生态课堂是指数学课堂教学做到两个尊重和把握两个度,即尊重学生的认识规律,尊重知识的发生、发展规律.两个度是指思想高度(主要指哲学思想)和文化厚度.

王靓老师这节“导数的概念”课,笔者认为既做到了两个尊重又把握了两个度.具体表现在以下几个方面.

## 1 精彩引入,一石数鸟

问题从运动学的平均速度过渡到瞬时速度,这是学生熟悉的知识.通过问题2的追问1—4,计算自由落体运动的物体在1到3秒内的平均速度.然后,分解为1到2秒,2到3秒;再把1到2秒分解为1到1.5秒,1.5到2秒;2到3秒分解为2到2.5秒,2.5到3秒.这样通过不断缩小时间差得到不同时间内的平均速度,当时间差趋于0时平均速度是什么?怎么求?由此激发学生认知冲突,引导学生深入思考,既体现了尊重学生的认识规律,也体现了知识的发生、发展规律.

由此提出“很短的时间间隔如何表述?”然后在 $t=2$ 之前或之后任取一个时刻 $2+h$ ,将时间段记为 $[2+h, 2](h<0)$ 或 $[2, 2+h](h>0)$ ,运用信息技术优势,让学生从表格直观感受逼近过程: $h=0.1$ 时, $v=20.5$ ;…… $h=0.000\ 000\ 1$ 时, $v=20.000\ 000\ 5$ ; $h=-0.1$ 时, $v=19.5$ ;…… $h=-0.000\ 000\ 1$ 时, $v=19.999\ 999\ 5$ .由此得到“过程是动态的,结果是确定的”富有哲理的表述.

这从一个层面揭示了事物由量变到质变的过程,经由 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{d(2+h)-d(2)}{h} = 20$ 到 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{d(t_0+h)-d(t_0)}{h} = 10t_0$ ,再到 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = f'(x_0)$ 的抽象,导数的概念呼之欲出.

这里有哲学思想的指导,有抽象素养的落实,有逻辑推理能力的培养.

## 2 概念生成,自然有效

王老师在给出 $t=2$  s时平均速度的计算之后,利用极限运算得出了瞬时速度,并让学生给出数学表达式,接着让学生计算 $t=1$  s, $t=t_0$  s时的瞬时速度,然后才给出导数定义.

这一教学过程看似慢了,但导数概念的生成自然顺畅,学生对导数概念的理解也会比较透彻.同时,由特殊到一般研究问题的方式也会对学生起到很好的引导作用.

## 3 讲练结合,巩固概念

后续的例题和练习都围绕导数在各种不同场景的应用展开,目的在于巩固函数导数的定义,展示导数广阔的应用前景,让学生体会学习导数的意义,加深对学习导数的必要性的认识,提高基本运算能力,使学生对导数定义的理解更深刻.

## 4 思想文化,提高品位

课堂教学中知识教学、能力训练是显性的,哲学(数学)思想在则是隐性的,既无处不在又不显山露水.数学文化的作用在于加深学生对所学知识的理解,同时提高对所学知识的兴趣,让学生感受到数学既有用又有趣.数学文化对提高课堂教学品位是重要的.

本课中有专门一段提及数学文化,说明了王老师对数学文化的重视.但仅介绍牛顿对微积分的贡献还不够,是否可以结合本课内容向学生提出“如何看待定义中 $h \rightarrow 0$ ”,在没取极限前左边 $h(\Delta x)$ 不等于0,右边 $h=0$ ?数学史上第二次危机由此出现,直到严格的极限定义产生才使危机得以化解.这会使许多学生感兴趣,课后查阅相关资料的积极性会更高,对导数定义的理解也会更深刻.

## 5 双边互动,气氛活跃

教师备课时往往想到方方面面,既要考虑教学内容的选取,也要考虑学生能否接受,虽然在课堂上有时不能得以完整实施.王老师这节课教学设计充分考虑了学生实际情况,精心选择教学内容和教学方法,在课堂上留足时间让学生参与;老师在课堂上就像主持人一样提出一个个问题,学生在老师的引导下步步深入,水到渠成引入导数定义,并用定义解释相关问题,既巩固了概念也体现了导数定义的价值.

## 6 信息技术,化难为易

“导数的概念”是较难上出彩的概念课,可以从运动学角度引入,也可以从几何角度引入,但最后都归结为变化率的问题,不可避免涉及极限,而极限要求比较低,不足以直接用极限去定义导数.因此,王老师通过 Excel(不少教师可能不会用)列表,有效化解难点,体现了现代教育技术的应用价值.

## 7 一点建议,锦上添花

小结是课堂教学的重要一环,高质量的小结能提升课堂教学品位.现在流行的小结方式是让学生总结,但学生总结往往集中在知识方面,而育人方面则需要教师从教学内容中提炼出来.

王老师小结有两句话,第一句的一通过、一利用、一引入非常好,后面可再加上:搭建一个模型——函数变化率.后面一句话改为:由特殊到一般,由量变到质变,由无意义到有意义,感悟数学抽象与逻辑的魅力,从此,人类进入微积分时代,开启一个新纪元.还可以用一首打油诗作为小结:

从平均到瞬时,  
由极限到导数,  
认识不断完善,  
历史进入新元.

这样,这节课就更完美了.

(上接第6页)

### 5.1 选择恰到好处的情境

本课从汽车仪表盘、高铁时速显示屏和手机导航时速这三个身边的情境引入,这些情境我们虽然在生活中每天都会遇到,但却没有认真思考过其中蕴含的物理与数学问题,引出 $\frac{0}{0}$ 到底该如何运算的思考.情境选择同时需要关注与其他学科的关联性 & 简洁性,过度复杂的情境是不利于学生进行探究活动时思维的展开,自由落体情境的选择就基于此原因,在完成瞬时速度的探究后利用已有的物理知识验证数学瞬时速度计算结果的正确性.由情境引出新知,学生了解知识的背景,激发学生探究的欲望,课堂教学情境高效精练,并且符合数学知识特征和学生认知规律.

### 5.2 提出促进思维的问题

问题指引着数学学习的基本方向,数学的基本知识、基本思想方法及数学解题策略都是基于一系列的问题产生的.

本节课教师在自由落体问题的探究过程中利用“问题串”串起研究的必要性(追问1-4)、如何展开研究(追问5-6)、研究过程(追问7-11)、研究结论(追问12)以及研究结论正确性论证(追问13-14)的过

程.通过14个问题引领学生展开具有深度的思维活动,问题由浅入深,逐渐提升问题层次,最终深入数学的本质.教师提出问题的质量决定了教学的质量与效率,所以设计合理的“问题串”引导学生进行基于思维的自主探究,是教师“润物细无声”的亲身示范,是教师对学生进行数学抽象素养渗透的良好时机.

### 5.3 遵循数学抽象的过程

从教学过程来说,教师在概念课的课堂教学中的抽象过程遵循了实物层面的抽象(自由落体运动在2s处的瞬时速度)—初步概括的抽象(瞬时速度到瞬时变化率抽象)—符号层面的抽象(导数的概念及导数符号语言的理解)—系统化层面的抽象(基于导数定义及导数实际意义理解的例1及练习1,2)这一过程,教科书中的抽象过程是生硬的没有过渡的,而课堂教学的优势就是教师用丰富的教学行为将各抽象之间的过渡衔接得更加符合学生的认知能力.

在课堂教学中,教师要用自己的行为为学生做出良好的示范及引导,潜移默化地发展学生分析、解决问题的能力,将数学抽象素养的培养落实在教学行为中.基于数学抽象素养培育的教学实践研究一直在路上,期待更多教师不断地探索、实践、交流. **Z**