问题解决教学的思维导图教学模式*

201104 复旦大学附属闵行实验学校 卢 爽

摘 要:思维导图是“问题提出、解决”的一种思维体验形式.研究思维导图,以及知识接受型、规律发现型和研究型三种设计模型下的思维导图教学模式,可以辅助“问题提出、解决”的教学设计.

关键词:问题解决;思维导图;教学模式

1 问题解决教学的一般理论

1.1 什么是问题解决教学

所谓问题解决教学,是指教师有效指导学生提出问题、分析问题,帮助学生主动获取知识、应用知识、解决问题的一种教学方式.

1.2 问题解决教学的三种具体设计形式

从学生问题解决学习方式的角度观察,问题解决教学的设计可分为三种类型:知识接受型设计、规律发现型设计和研究型设计.三种设计本身并无主次、优劣之分.依据不同教学内容选择不同的设计模式,其设计的核心目标是让学生完整体验提出本源问题、分析关联问题、解决最终问题、产生知识迁移的思维过程,积累解决问题的学习经验.

数学问题解决教学是在数学领域实践问题解决教学的一般理论.

2 思维导图是数学问题解决教学的有效工具

2.1 思维导图的定义

英国心理学家东尼·博赞对思维导图作出了如下释义:“思维导图表达出来了发散性思维,属于人类思维自然功能的一部分.它作为一种图形技术可以起到非常关键的作用,可以把人们的大脑潜力充分挖掘出来.思维导图可在我们生活的方方面面加以运用,进而大大提升学习者的学习力和思维能力,并使得人们的行为表现有一个较大的改观.”

2.2 思维导图的工作形式

思维导图模拟人脑的工作方式,又被称为心智图或脑图.绘制时焦点清晰地集中在中央图形上,主题的主干以脉络分支的形式延伸,延伸出一个关键图像或关键词,各分支形成一个按层级连接的节点结构,最终将大脑的发散思维可视化和图解化,形成一种树状思维.

2.3 在数学问题解决教学中运用思维导图的优势

思维导图作为一种思维工具具备简单、高效、发散性和形象化的特点,能够全面调动左右脑的不同功能,最大限度地挖掘大脑潜能,激发更高层次的思维.用思维导图进行数学问题解决教学可以凸显问题的思维过程,形象表征数学知识,呈现知识之间的关联.近年来,思维导图在学科教学过程中被逐渐应用.

3 借助思维导图,辅助数学问题的提出

3.1 借助思维导图的起点提出本源性问题

本源是指构成一切事物的最初根源.本源性问题是指最为原始、最为本质的问题.数学本源性问题是指对数学知识的认知所提出的最基本的问题,是数学知识生长的起点,也是数学知识发展的根源.在数学教学中,教师常常从本源性问题出发,揭示概念的本质,启发学生思考,传递思想方法,构建知识体系.本源性问题是数学知识的最初载体,其产生和发展与数学思维导图学习模式高度相似,因此,教学时可以借助思维导图的起点提出数学本源性问题.

3.2 借助思维导图进行问题链设计

问题链是本源性问题发展的具体形式,更多的问题意味着承载更多的知识.问题链设计是目前被教师广为应用的教学设计之一.借助思维导图的各级及其分支,从整体上系统地考虑问题间的层次性与关联性,避开问题解决教学在提问内容、方式和时机上的弊端,通过预先的设计和后续的生成,让课堂提问设计更加有的放矢,学生的思维处于连续活跃状态,思考更加有深度.

3.3 科学的问题链设计应满足三个原则

一,提问的时机要恰当,提出问题的跨度不宜过大或过小.二,提问的脉络需清晰且具有导向性,引导学生循着线索去解决问题,除教师的特殊设计外,

*本文系上海市第四期“双名工程”攻关计划虞涛数学基地攻关课题“中学数学结构化教学设计与实施的行动研究”(SMGC-201904-B55)的成果.

要跟着学生的思路去生成问题，找寻知识的增长点.三，提问的内容要明确且具有逻辑性，引导学生关联知识结构，建构知识体系.

4　三种教学设计模型下的思维导图教学模式

三种教学设计模型下的思维导图教学模式，指的是以知识的逻辑(知识的产生、发展、联系、关系等)与学生的认知相结合构建起来的双逻辑模式下的设计形式.

4.1 知识接受型设计

知识接受型设计包括概念接受型设计和方法接受型设计.一般针对教材中规定的公理、定义或特殊问题的方法，例如公理“两点之间线段最短”、有理数的定义、绝对值的定义(几何意义)、二元一次方程的定义、分母有理化的方法等.

以二元一次方程的相关概念教学为例(如图1所示)，在这个设计中，思维导图教学模式主要从研究“方程”相关概念的一般路径“定义—一般式—解法—应用”设计问题链，复习旧知，学习新知.

4.2 规律发现型设计

类比发现、归纳发现、猜想验证是解决数学规律型问题时普遍应用的三种方法，其差异在于它们的思考方向不同，因此，相应的教学设计模式也有所区别，以下结合具体设计片段进行说明.

4.2.1 类比发现型

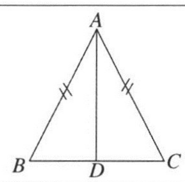
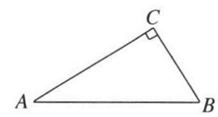
类比发现型教学设计的关键是选好类比教学的对象.这个对象必须是已经学过的知识或学习经验，并且，它与新知识之间具有共同点和相似之处，这些共同点或相似属性关联的程度越高，类比就越明显.例如沪教版八年级第二学期“19.8(1) 直角三角形的性质”一课的教学设计就可以采用类比发现型设计，将问题链以思维导图模式呈现如下(如图2所示).

问题1　同学们已经学过哪些特殊的三角形?

问题2　它们是如何定义的?

问题3　它们具有哪些性质?(填写表1)

表1

	等腰三角形	直角三角形
图形		
定义		
性质		

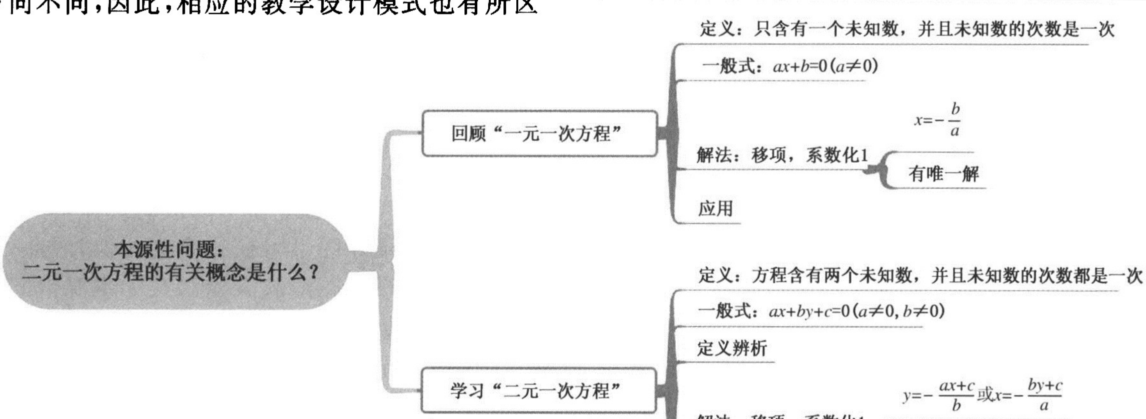


图1

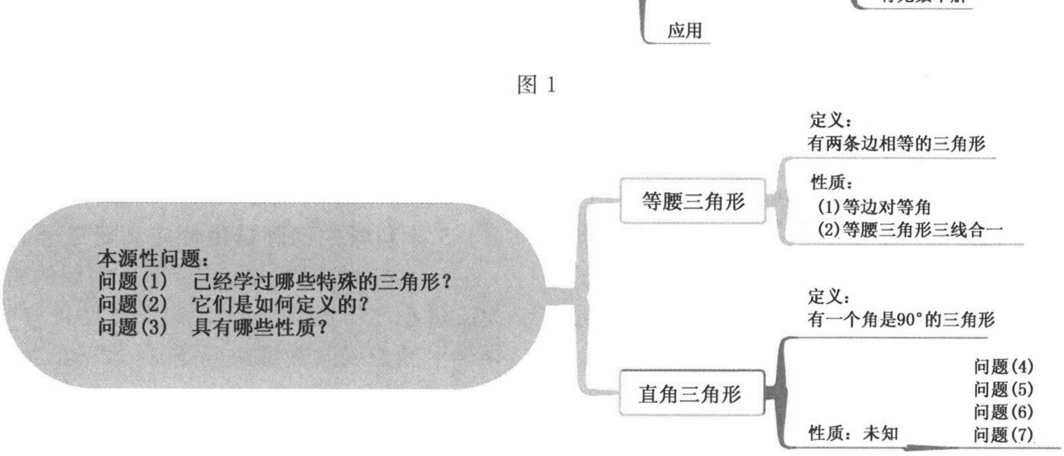


图2

问题4 等腰三角形两腰所对的底角相等，那么直角三角形两条直角边所对的角有何数量关系？

问题5 等腰三角形顶角的角平分线、底边上的中线、底边上的高线互相重合，那么直角三角形直角的角平分线、斜边上的中线、斜边上的高线是否也互相重合？

问题6 显然它们不重合，既然位置关系不重合，就再来研究一下它们有无特殊的数量关系.请思考，这三线将直角三角形分得的线段之间有没有确定的数量关系？

问题7 直角的角平分线和斜边上的高线所分得的线段存在确定的数量关系，我们在初三年级会进一步学习，直角的角平分线和斜边上的高线所分得的图形中存在相等的角或互余的角.请猜想斜边上的中线分得的图形中，角是否也存在特殊的数量关系？你能验证猜想吗？

此例中，在思维导图教学模式下，一方面，可以清晰看到直角三角形在新知(性质)上缺失，进而提出了问题；另一方面，对于新知识(直角三角形)与旧知识(等腰三角形)，通过两者所具有的角元素的位置关系和数量关系、内部三线的位置关系和数量关系的类比，以问题链(问题4—问题7)的设计对它们加以引导，揭示直角三角形“两锐角互余”和“斜边的中线等于斜边的一半”的性质，解决问题.

4.2.2 归纳发现型

归纳发现教学是发现学习中较多运用的一种教学方法，往往用观察、试验、分析、比较、归纳、概括等方法获得归纳的思维过程.在教学设计过程中，要有效实施归纳发现学习，必须体现学科知识的特征，遵循学生的认知规律，了解学生归纳发现学习的心理过程，并根据其学习的心理过程进行教与学的设计.有效的归纳发现学习主要分为感知、想象、抽象、概括四个思考阶段，以多边形的外角和教学为例(如图3所示).

问题1 你会计算四边形的内角和吗？(感知)

问题2 你会算五边形、六边形、n边形的内角和吗？(想象)

问题3 以五边形为例，试一试.(抽象)

问题4 以上各种方法中，哪种方法最易理解？(对比)

问题5 请你用这种方法试着归纳n边形的内角和，并填写表2.(概括)

表2

多边形(边数)	多边形的内角和	从一个顶点引出的对角线的条数	分割成的三角形的个数
三角形($n=3$)	$1\times180^\circ=180^\circ$	0	1
四边形($n=4$)	$2\times180^\circ=360^\circ$	1	2
五边形($n=5$)	$3\times180^\circ=540^\circ$	2	3
六边形($n=6$)			
…	…	…	…
n边形(n)			

问题6 你还有其他分割方法吗？(迁移)

此例中，借助思维导图可以看出教学中需要解决的两个问题.一是在几种作辅助线的方法中，哪种最易理解，计算最快，解决问题最便利？二是如何从特殊到一般归纳总结n边形的内角和公式？围绕这两个问题进行问题链设计.

4.2.3 猜想验证发现型

猜想发现的途径，可以是试验、类比、归纳、构造、联想以及它们之间的组合应用等.数学猜想是

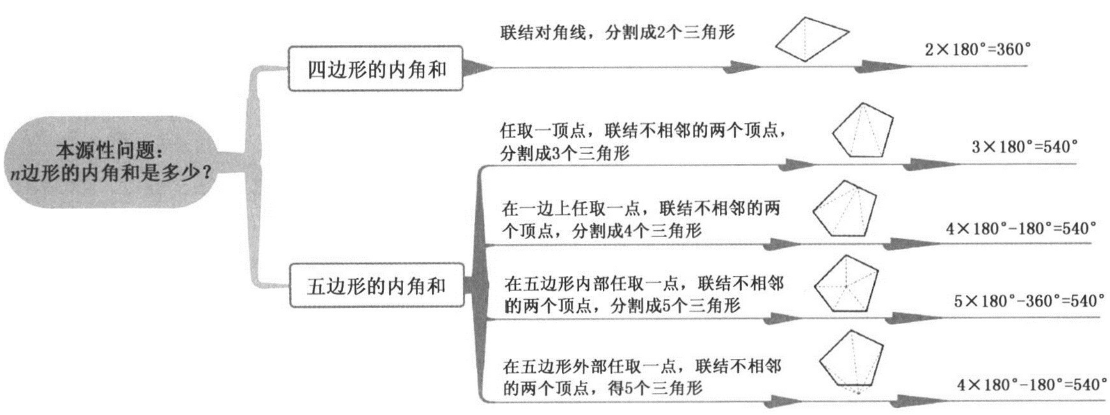


图3

有一定规律的(如类比的规律、归纳的规律等),并且要以数学知识和经验为支撑.在证明一个数学问题之前,应猜想这个问题的内容,在完全做出详细证明之前,应先有猜想证明的思路.例如在前文关于直角三角形的性质的教学设计中,教师首先引导学生猜想直角三角形斜边上的中线将直角三角形分割成两个等腰三角形,进而猜想"直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半",之后验证(论证).这样获得的知识就不再是由教师讲解分析,学生理解记忆而得到的,而是学生通过"猜想—验证"的方法自主获得的.在如图4所示的思维导图中,举例等腰梯形性质的教学经历了"'对称性'(直观观察)—元素的数量关系(合情猜想)—性质定理(合理证明)"的过程,给出了提出问题的依据、具体问题以及解决问题的方法,可以此作为问题链设计的主线.

4.3 研究型设计

研究型设计的核心是研究型问题.所谓研究型问题,是相对题设与结论都明确给出的常规问题而言的,往往需要在问题给定的题设条件中探索其可能的结论并加以证明,或是从成立的结论中探索其需要满足的条件,也可以是变更题设、结论的一部分探索题目产生的变化等.解答常规问题大多只需要展示由题设条件向结论转换的思维走向过程,而研究型问题大多知识覆盖较广、综合性较强,教师教学设计应结合具体问题进行观察、分析、比较、概括,探究合理的思路.

如图5所示的思维导图是进行研究型问题设计和解决的一般思路.对于研究型问题的问题链设计,需要从具体问题出发,一般可以从"什么类型的问题?(思考研究方法)—涉及哪些知识?(提炼已知条件及其隐含的知识)—问题解决的障碍有哪些?(推理或猜想须知的条件以及求解的方法)—可否解决问题?(验证因果关系成立)"的问题路径进行设计.

思维导图是数学问题提出、解决的一种思维体验形式.思维导图辅助问题解决的教学设计可以更好地将知识的逻辑(知识的产生、发展、联系、关系等)与学生的认知相结合,将教师的教与学生的学相融合.

参考文献

[1] 东尼·博赞,巴利·博赞.思维导图[M].叶刚,译.北京:中信出版社,2010.
[2] 吴显峰.本源性问题:驱动初中生的数学学习[J].中学数学教学参考(下旬),2019(3).

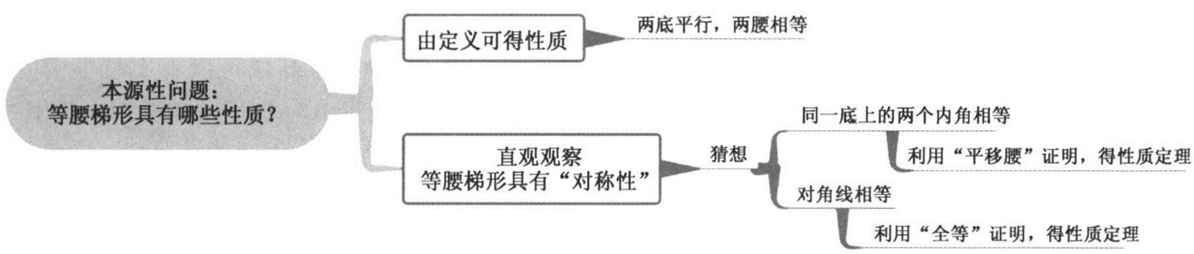


图4

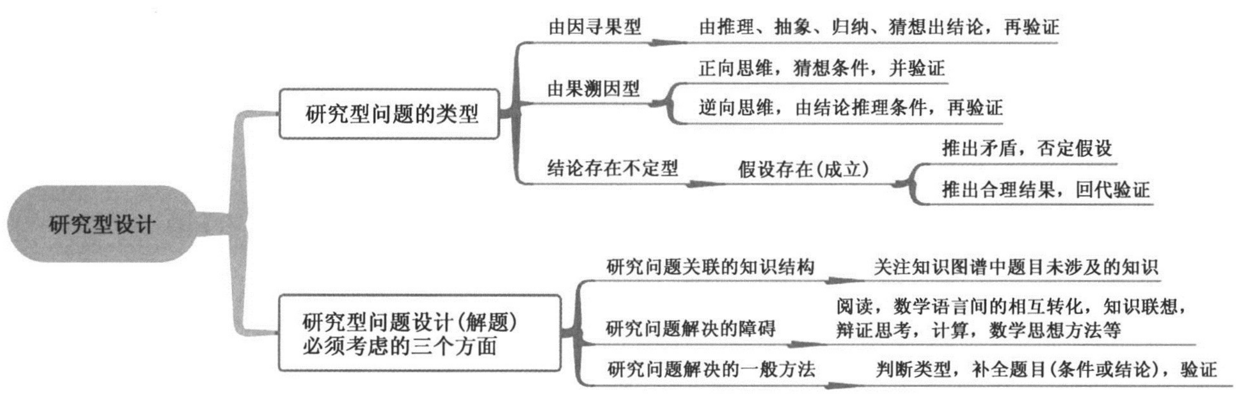


图5