

基于深度学习理论的高中数学命题教学设计*

200444 上海师范大学附属中学宝山分校 郭卫华

226200 江苏省启东市汇龙中学 顾向忠

摘要:数学命题是数学证明与逻辑的基石,是数学课程的核心与重点,是连接数学理论概念与问题解决方法的桥梁.深度学习的重点在于对问题的来龙去脉理解透彻,对知识的内在逻辑掌握清楚.基于深度学习理论,笔者对数学命题教学设计的相关问题进行分析,主要探讨高中数学命题教学设计的四个策略,即从命题的引入到命题的本质,再到命题的应用与命题的变式.

关键词:深度学习;高中数学;命题教学

深度学习区别于浅层学习的最重要方面,为深度学习是在认知基础上的学习.深度学习的特征主要表现在六大方面,即关联性、连贯性、探寻性、审视性、批判性和反省性.深度学习指导人们在学习时从现实经验入手,根据现有的知识和经验,深入探索法则和规律,时刻审视新的观点,以批判性思维看待问题,最终能在学习的过程中不断反省自身.高中生的思想较为成熟、思维较为活跃,如果教师能将深度学习理论运用到高中数学命题教学,尤其是开放性思维逻辑的命题教学中,就能启发高中生的思维,锻炼高中生的深度学习能力.

笔者研究深度学习理论下高中数学命题教学设计的四个策略,引导学生学会深度学习,发散学生的思维,让学生对数学命题做到活学活用、举一反三.

一、深度学习与命题教学的关系

深度学习理论认为,学习者需要把新的观点、知识与先前所学的经验知识相互联系起来,将原有的知识体系整合到相互联系的新的概念系统中,从而能探索寻找出这些概念的共同的规律和基本的原则,并时刻勇于提出新的观点,善于将新的观点与事实结论结合起来,理解并掌握创造知识的一系列过程,能够有批判性地且带有逻辑性地考察观点,最终能做到对自身的理解和对学习知识的过程进行反思^[1].

命题教学的目的在于对学科的基本结构进行深入了解,而学习的实质则是自主形成知识架构,能够经历发现、应用和结构三个过程,这样才算达到真正且有效的学习.

因此,在命题教学时,要进行引导式、启发式、开放式教学,鼓励学生自主学习,感受命题的来龙去脉,发现并总结规律,激发学习的兴趣,提升数学关

键能力.充分运用深度学习的理念及其特点,能够进行高效的命题教学,由此可见深度学习对于命题教学的重要性.

二、深度学习下的数学命题教学设计问题分析

教师如果一贯采用“一言堂,满堂灌”的教学方式,会使学生的自主学习能力下降,思维参与度降低,深度学习的探寻性无法很好地体现.在“填鸭式”教学中,新知识的学习基本通过教师的讲解实现,教师按照课前备案直接讲课,以致学生的学习停留在浅层次.直接将命题“抛”给学生固然能减少学生思考的时间,因此增加一堂课讲授的知识点,但学生也由此变成了应付考试的工具和解题的机器.

高中数学课堂上,就命题教学而言,许多教师将重心放在对命题的解决和运用上,几乎不讲授命题的引入与发现过程,没有适当过渡以促使学生更好地理解命题,使学生对于所学命题完全处于被动式学习的状态,不明白为什么要学相关命题,缺少深度学习的连贯性、关联性特点.这种情况出现的原因是一些教师对待教学有所懈怠,认为教学的重点只是解决“是什么”,而对“为什么”和“怎么样”则不做过多讲解,且安于现状,不愿意接受新的教学方法,只是简单地传递知识.这最终将导致学生不会独立思考,知其然而不知其所以然.

三、基于深度学习的高中数学命题教学设计策略

(一)命题的引入——直观感知和操作确认,促进交流思考

对于“圆锥曲线”命题的引入,传统的教学方式是采用圆锥被平面切割的方法探究圆锥曲线,如用垂直于锥轴的平面去切割圆锥,得到的是圆;将平面

* 本文系上海市宝山区教学科研项目“基于深度学习研究下的‘数学命题学习’的实践研究”的阶段性成果.

渐渐倾斜,就能得到椭圆;当平面倾斜到和且仅和圆锥的一条母线平行时,就得到了抛物线;而用平行于圆锥的轴的平面截取,就可以得到双曲线的一支.这样的命题引入只是让学生学到了相关曲线的大致样貌,没有创设学生熟悉的情境,或是没有让学生自己创造情境,从而无法引起学生进一步思考.因此,为了达成深度学习的效果,不妨尝试情境的创设,让学生在自我操作的基础上学到更多.

教师可以采用几何画板,引导学生上台操作,并鼓励学生自己动手画出轨迹.如设 PQ 为 AB 中垂线, P 、 Q 为移动点,先假设其他点不动,尝试移动点 A ,观察点 Q 的运动轨迹,最后学生能发现构造出了以点 B 为焦点、 AP 为准线的抛物线(如图 1 所示).另一个场景则是将点 A 移动到 PQ 延长线上(或 QP 延长线上),其余点固定不动,移动点 B ,观察点 Q 的运动轨迹,最后学生能发现构造出了以 Q 、 A 为焦点的双曲线.最后一个场景则是将点 A 移动到 P 、 Q 之间,其他点不动,移动点 B ,观察 CD 的运动轨迹,最后学生能发现构造出了以 Q 、 A 为焦点的椭圆.

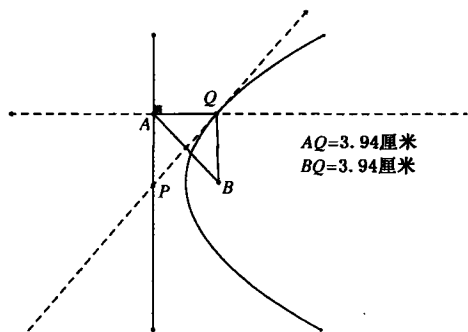


图 1

由此可见,有效的教学情境能帮助学生了解命题的发现过程,学会猜想,这就要求创设的情境本身能体现出规律,或者情境与命题之间存在某种联系,而且创设的情境最好是学生能亲自动手操作的,这样才有利于激发学生学习的兴趣,促进课堂学习氛围的形成^[2].

(二)命题的本质——欣赏命题魅力,引导多角度解析

教师要教导学生学会“透过问题看本质”,要想帮助学生理解数学命题的本质,需要使其弄清命题的构造、探寻命题的多个证明方法和思维过程,并能试着总结归纳出命题的证明规律.深度学习的理论也指出,要用批判的思维去理解命题,在寻找新的规律与解决方法的过程中,能做到及时反思有利于对命题本质的理解.学生在了解命题是如何被发现的基础上,通过多角度解析命题,能从更深层次、更多视角欣赏命题的魅力,感悟并内化命题的内涵,学会用批判的眼光审视命题,学会用不同方法论证命题、

解决命题,将深度学习的审视性与批判性应用其中.

在进行“正弦定理”命题的教学中,因为正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 蕴含着丰富的几何定理,教师可以引导学生用多个方法论证,从而加深学生对正弦定理命题的印象,感悟正弦定理的实质,感受命题的魅力.

教师可以讲解五种不同的证明方法.方法 1 采用三角形高法,通过作高线证明定理,加强学生对于作辅助线的熟练度.方法 2 采用三角形外接圆法,从而引出正弦定理的变形式 $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$, 开放学生的思维.方法 3 采用三角形面积法,分别以三角形的三条边为底边得出三个面积公式,用等式证明正弦定理,并教导学生用所学的简单知识解决复杂问题.方法 4 采用向量的数量积法,用数量积的方法证明命题,这样还能带领学生将向量的知识巩固一遍.方法 5 采用平面直角坐标系法,引导学生学会利用一般三角函数的定义,感受坐标法的优越性.

(三)命题的应用——联系数学与生活,提高运用熟练度

命题的应用是对命题的强化与加深理解,重点是要巩固当前所学,还要提升运用命题的熟练度与准确性,这在当前的高中数学命题教学中都有涉及.虽然命题的应用属于浅层次教学的范围,但它对学生完全掌握命题的帮助不容小觑,它是一个过渡的过程,能帮助学生循序渐进,只有当学生能将命题应用于日常的学习与生活中时,才能说明学生对此已经了解,这样才能进行下一步的命题变式过程.由此,要想实现深度教学,需要将探寻性引入到命题应用的过程,并适当拓宽命题的应用范围,将重心放在解决问题的核心观念上^[3].

导数是学生在高中阶段较难掌握、颇感棘手的知识点,同时也是重要的学习内容,讲授有关导数的命题时,教师应先向学生普及导数在生活中多方面的应用,如能够利用导数解决有关利润最大、效率最高、用料最省等实际生活中的优化问题,激发学生学习导数的兴趣.讲授完命题后,要鼓励学生积极将学到的导数知识应用到日常生活的问题解决中.

教师还应借助导数命题的学习提升学生的综合素养,如借助瞬时变化率的教学,训练学生数学抽象的基本素养;借助对导数几何意义的深入学习,提高学生直观想象的素养;借助对导数实际运用的练习,提高学生对数理模型的知识素养;借助解决利润是否最大等实际问题,提高学生逻辑推理、数学运算的素养.这样学生在面对生活中的实际问题时,也能将

(下转第 44 页)

握情况,课中通过教学软件实时逐题推送一组练习题,利用该软件强大的数据统计功能,教师能快速、全面地了解学生整体和个体的学习情况.同时,在运用信息技术的过程中,通过收集、整理、分析反映学生学习过程和结果的数据,教师能更好地了解自己教学的情况和问题,反思教学过程中影响学生能力发展和素养提升的因素,寻求改进教学的对策,促进学生数学核心素养的达成.

从根本上说,教学是思考着的教师引导学生思考,又让思考着的学生促进教师思考.在开展核心概念的教学中,应注重结合教学内容、学生的实际,利用各种教学手段,不断完善学生知识体系,促进学生对数学概念的深层次理解,使学生在数学概念的构

建过程中提升思维,形成更加完整的数学概念整体观,发展数学核心素养.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准:2017年版2020年修订[S].北京:人民教育出版社,2020.
- [2] 孙静.核心素养视角下的概念课教学初探——以“三角函数周期性”一课为例[J].中国数学教育,2019(6).
- [3] 宋扣兰.基于发展学生核心素养的高中数学核心概念教学设计研究[J].数理化解题研究,2021(11).
- [4] 刘继益.核心素养视野下高中数学核心概念教学策略探究[J].数学教学通讯,2020(27).
- [5] 于雷.“指数函数及其性质(第1课时)”教学设计与反思[J].云南教育(中学教师),2019(2).

(上接第14页)

其抽象成数学问题,利用学到的导数知识进行分析与研究,实现命题的应用.

(四)命题的变式——实现结构化迁移,学会举一反三

命题的变式要求学生能做到摆脱思维定式与思维局限,可以举一反三,能将复杂问题简单化.在传统课堂上,学生只是单纯记忆公式算法,并没有思考公式如何得来,没有进行灵活记忆,教师也不反思教学策略.而深度学习则要求教师引导学生将所学的理论知识与概念运用到实际生活中,并且在运用的过程中慢慢加深理解与思考,能主动地进行自我反思,培养学生的高阶思维.命题的变式就是命题的间接应用,它更能活跃学生的思维能力.

例如,向量是数与形的结合体,向量的坐标是向量实数化的途径.空间向量共面定理是平面向量基本定理的一次推广,空间向量的数量积定义与平面向量的数量积定义是一致的,而其坐标形式是一种类比.

又如,在讲授“基本不等式”命题时,教师要启发学生思考更难的不等式.基本不等式是 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$,其中 $a>0, b>0$.教师应引导学生理解其几何意义是两个正数的算术平均数不小于其几何平均数,只有当两数相等时两者相等.在讲授这个不等式时,教师一般用 $(a-b)^2 \geq 0$ 的方法证明,可以将这个式子变形为其他等式,如 $ab \leq \frac{a^2+b^2}{2}$ 和 $ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$.先从简单的变形开始,引导学生加深对式子的理解,再思考 $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ac$ 是如何

变形得来的,最后慢慢地提升难度,启发学生思考 $a+b+c$ 与 $3\sqrt[3]{abc}$ 的关系.这个式子相对较难,如果先前已做好铺垫,跨度就不会太明显,学生也能根据之前的经验完成这个式子.

变式是指从不同角度改变命题的呈现形式,从而揭示命题的本质特性.学生在学习变式的同时,也能实现知识的迁移与知识的建构,从而加深对深度学习的应用.而这又要求教师在变式教学时循序渐进,考虑学生的思维扩展区,引导学生在新的问题中实现对关键要素的理解和解决,由此实现思路的迁移,学会举一反三,进一步实现深度学习^[4].

四、结语

当下,关于高中数学命题教学的研究重点是高中数学命题教学设计的现状究竟是什么,造成这种现象的主要因素究竟有哪些,如何通过深度学习理论对高中数学命题教学进行设计和审视.深度学习是一个发展性的学习过程,学生不仅要清楚地了解教材上的知识体系,更关键的是掌握这些概念的内在逻辑,这样才能对所学知识了解透彻并活学活用.

参考文献

- [1] 薛娇.基于深度学习的高中数学命题教学设计研究[D].徐州:江苏师范大学,2018.
- [2] 郭建理.基于深度学习的高中数学课堂教学问题设计[J].中小学课堂教学研究,2021(12):57-60.
- [3] 张开松.基于学生深度学习提升的高中数学教学模式探究[D].济南:济南大学,2019.
- [4] 朱玲.核心素养视域下高中数学深度学习的教学策略研究[J].中学课程辅导(教师通讯),2021(11):65-66.