“学思课堂”中例题的功能挖掘与教学实施*

215600 张家港市第一中学 顾大权

摘　要:例题教学是数学课堂教学的重要组成部分,是学生巩固新知、掌握技能的主渠道,也是提升解决问题能力、形成数学思想方法的重要途径.学思课堂倡导“学”和“思”,在学思课堂的例题教学中应对例题进行精选、变式、重组,根据例题的特点,通过一系列思考性的问题挖掘例题的功能和价值,使学生掌握例题的本质,推广例题解决的通性通法,提升思维层级.

关键词:学思课堂;例题教学;思维发展

“学思课堂”倡导“学”和“思”,其理念出自《论语·为政》的“学而不思则罔,思而不学则殆”,来源于我国伟大的教育家孔子.学思课堂教学以“学”为主体,“思”为主线,“思”贯穿于“学”的整个过程,通过思考启迪学生的思维,生成智慧.“学”是“思”的基础,“思”是“学”的升华,“学”与“思”交融,形成了一个积极的循环系统,使学生对所学的知识进行归纳整理,重新建构,将复杂的知识系统化、结构化,从而把握知识的核心.

例题教学是数学课堂教学的重要组成部分,是学生巩固新知、掌握技能的主渠道,也是提升解决问题能力、形成数学思想方法的重要途径.教材中的例题都经过精心选择,一般具有针对性、层次性和典型性.学思课堂的教学要具备“学”和“思”的特征,通过对例题进行适当补充、重组或变式,既有利于对知识点(概念、定理、法则、公式)的掌握,对数学思想方法的渗透,对解决问题能力的培养,又能适当引导学生进行思考,挖掘例题的本质内涵,提升学生的思维层次,发挥例题的教学价值和功能.

一、例题的功能与价值

数学题目无穷无尽,如何选择例题,应该选择哪些题目作为例题?对此,最重要的是分析例题特点,挖掘例题隐含的价值和功能.

(一)巩固知识、形成技能,促进本质的理解

具有针对性特点的例题应放在新知学习后,对应新知进行强化巩固,让学生发现新知的本质内涵,促进对新知的内化理解,达到对“双基”的熟练掌握.在教学时,应发挥这类例题对核心知识点的训练功能,挖掘例题的本质内涵,形成解题技能,引导学生由知识向能力转化.

(二)引领思维、逐步深入,提升思维的深度

具有层次性特点的例题应通过不断变式的过程引发学生思考,引领思维深入或重整,提升思维的层次.对于这类例题的教学应引导学生寻找思维路径及思维发现的过程,思考为什么要这么想.暴露思维的过程,显现思维的障碍,不断排除障碍、调整思维,形成解决问题的方法和策略,对整个思维过程进行梳理,可以激发学生思维进一步升华.

(三)感悟思想、提炼方法,实现经验的迁移

具有典型性特点的例题应该是思路可以借鉴、方法可以总结、经验可以迁移的.对于这类例题的教学,应从例题中感悟思路的获得过程,总结提炼解题思想方法,形成解决一类问题的通性通法,积累解决问题的经验,从而实现经验的迁移,发挥例题的价值和功能.

二、例题的教学实施

(一)对于针对性的例题,夯实“双基”、揭示问题本质

案例 1　苏科版教材八年级下册“9.3 平行四边形(3)”的教学

例题　已知:如图 1,在 $\square ABCD$ 中,点 E,F 在 AC 上,且 $AE=CF$.求证:四边形 $EBFD$ 是平行四边形.

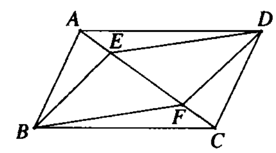

图 1

思考性问题 1　还有其他证明方法吗?

思考性问题 2　你觉得哪种方法更简单?

变式 1　如图 2,题目中的条件不变,你还能证明吗?

变式 2　如图 3,题目中的条件不变,你还能证

---

* 本文系张家港市教育科学“十四五”规划课题“初中学思数学课堂教学的实践研究”(LX202203006)的阶段性成果.

明吗？

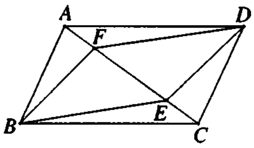

图2

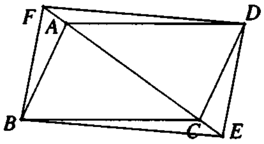

图3

思考性问题3 比较三个图形，$AE=CF$ 这个条件如何利用？其本质是什么？

变式3 如图4，将题目中的条件 $AE=CF$ 改成 $BE\perp AC$，$DF\perp AC$，其他条件不变，你还能证明吗？

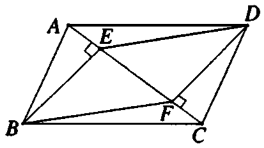

图4

变式4 如图5，将题目中的条件 $AE=CF$ 改成 BE 平分 $\angle ABC$，DF 平分 $\angle CDA$，其他条件不变，你还能证明吗？

变式5 如图6，将题目中的条件 BE 平分 $\angle ABC$，DF 平分 $\angle CDA$ 改成 $\angle ABE=\angle CDF$，其他条件不变，你还能证明吗？

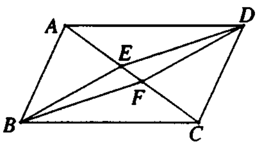

图5

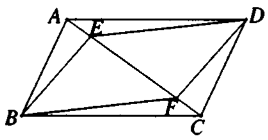

图6

思考性问题4 你还会采用之前的证明方法吗？如何选择合适的证明方法？

评析：对例题进行合理加工，由一个基本图形不断进行变式设计，让学生在不断解决问题的基础上，揭示问题的本质和联系，集中反映平行四边形的判定定理，不仅巩固强化了判定定理的运用，还在不同的方法选择中培养了学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力，夯实了“双基”，达到了“解一题，会一类”的效果，发挥了例题的教学价值和功能.

(二)对于层次性的例题，层次递进，发展高阶思维

案例2 苏科版教材八年级下册“11.2 反比例函数的图像与性质(3)”的教学

例题 已知点 $A(2,y_1)$，$B(1,y_2)$ 都在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图像上，比较 y_1，y_2 的大小.

思考性问题1 解决这个问题有几种方法？

变式1 已知点 $A(2,y_1)$，$B(1,y_2)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图像上，比较 y_1，y_2 的大小.

变式2 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图像上，且 $x_1<x_2<0$，比较 y_1，y_2 的大小.

思考性问题2 你觉得刚才使用的方法都适用吗？选择哪种方法更好？

变式3 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k<0)$ 的图像上，且 $x_1<x_2<0<x_3$，比较 y_1，y_2，y_3 的大小.

变式4 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$C(x_3,y_3)$ 都在反比例函数 $y=\frac{k^2+2}{x}$（k 为常数）的图像上，且 $x_1<x_2<0<x_3$，比较 y_1，y_2，y_3 的大小.

思考性问题3 用反比例函数的性质解决这个问题时，你觉得应该注意什么？

思考性问题4 如何理解“在每个象限内”？

变式5 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在反比例函数 $y=\frac{-2}{x}$ 的图像上，且 $x_1<x_2$，比较 y_1，y_2 的大小.

思考性问题5 题目中的 x_1 和 x_2 在哪个象限？位置不确定时要怎么处理？

思考性问题6 解决这类问题的方法是什么？

评析：学习是一个递进的过程，对例题不断变式，进行深入研究，可以驱使学生主动思考，促进学生的思维发展. 对于变式2，由于系数 k，x_1，x_2 不确定，若采用代入法解答，需要取特殊值，培养学生用创造性思维解决问题. 变式3和变式4继续强化学生对几种方法的掌握，同时将点的位置扩大到不同的象限，使学生的思维更加深刻，更好理解“在每个象限内”的深层含义. 变式5没有明确点的位置，引导学生分类思考，提升学生发现问题、分析问题、解决问题的能力，加深学生对知识内涵的理解. 例题教学让学生经历由浅入深、由特殊到一般的过程，不断提升思维的层级，发展了学生的高阶思维能力.

(三)对于典型性的例题，渗透思想，形成解题策略

案例3 苏科版教材八年级下册“反比例函数复习课”的教学

例题 如图7，点 $A(-3,2)$ 为双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 图像上一点，过点 A 作 y 轴的垂线 AB，D 为 x 轴上任意一点，求 $\triangle ABD$ 的面积.

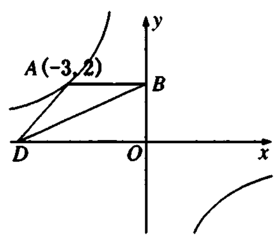

图7

变式1 如图8，点

$A(-3,2)$为双曲线 $y=\frac{k}{x}$图像上一点，过点 A 作 y 轴的垂线 AB，联结 AO 并延长交双曲线于另一点 C，联结 BC，求$\triangle ABC$ 的面积.

思考性问题 1 三角形的面积公式是什么?

思考性问题 2 选择哪条线段作为底，更方便找到高?

变式 2 如图 9，若点 E 为双曲线 $y=\frac{k}{x}$图像上任意一点，过点 E 作 y 轴的垂线 EB，延长 EO 交双曲线于另一点 C，联结 BC，你能求$\triangle EBC$ 的面积吗?

思考性问题 3 求不出三角形底和高的情况下，如何处理?

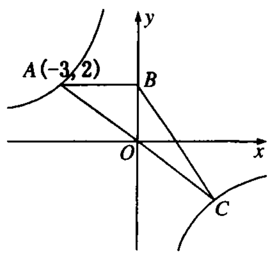

图 8

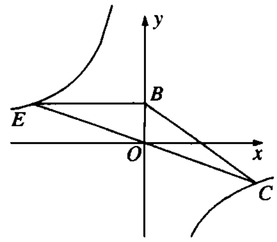

图 9

变式 3 如图 10，点 $A(-3,2)$为双曲线 $y=\frac{k}{x}$图像上一点，过点 $D(a,0)$作直线 $BC/\!/y$ 轴，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$和 $y=\frac{4}{x}$的图像分别交于 B，C 两点，若点 P 是 y 轴上任意一点，求$\triangle PBC$ 的面积.

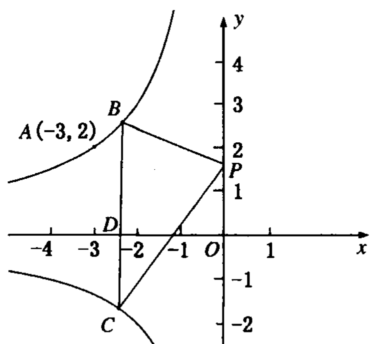

图 10

变式 4 如图 11，点 $A(-3,2)$为双曲线 $y=\frac{k}{x}$图像上一点，过双曲线上一点 B 作直线 $BC/\!/x$ 轴，交反比例函数 $y=\frac{m}{x}$的图像于点 C，若点 P 是 x 轴上任意一点，$\triangle PBC$ 的面积是 5，求 m 的值.

思考性问题 4 解决这类问题的方法是什么?

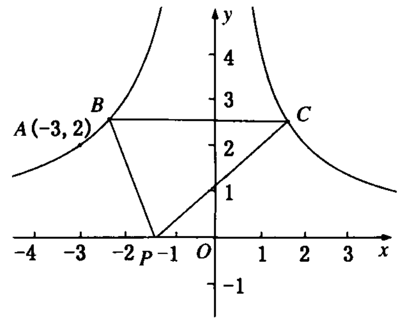

图 11

思考性问题 5 如何使三角形的面积与点的坐标建立起联系?

总结：三角形的面积$\xrightarrow{\text{寻找}}$竖直(水平)线段的长度$\xrightarrow{\text{转化}}$点的坐标. 竖直线段长度$=y_{高}-y_{低}$，水平线段长度$=x_{右}-x_{左}$.

评析：典型性例题具有生长功能，通过例题的呈现、变式问题的不断生长，能够形成一条关联性问题的主线，抓住这条主线，也就找到了解决这类问题的通性通法. 双曲线下三角形的面积问题将反比例函数、一次函数、线段长度以及点的坐标等知识联系起来，从分析三角形的面积，寻找底和高(线段长度)到线段(竖直、水平)长度的表示，转化为点的坐标之间的关系(竖直线段长度$=y_{高}-y_{低}$，水平线段长度$=x_{右}-x_{左}$)，对双曲线背景下面积问题的解决方法进行总结，形成解决这类问题的策略. 在这一过程中渗透数形结合、转化等数学思想，帮助学生积累处理这类问题的经验，并期待学生在抛物线的学习中将积累的经验进行迁移，培养良好的思维方式和习惯，发展数学的理性精神.

"学思课堂"例题教学要结合学思课堂的"学"与"思"特征，分析例题的特点和功能，做好例题的选择、整合、变式或重组，在学思课堂的思考性问题中引领学生掌握例题的本质，达到"解一题，会一类"的效果，通过思考总结形成例题解决的通性通法，并在这一过程中逐步提升学生的思维层次，发展高阶思维能力. 只有这样，才能发挥例题的价值和功能，减轻学生的负担，使教学效果最大化，真正提升学生的能力和素养.

参考文献

[1] 顾大权. 初中数学"学思课堂"的基本内涵及操作[J]. 数学教学通讯，2018(9)：5-7.

[2] 路彦祥. "挖掘"例题功能 "点燃"思维火花[J]. 中学数学教学参考，2019(12)：37-39.

[3] 潘红玉. 推进思辨活动 彰显示范功能[J]. 中学数学教学参考，2015(7)：24-26.