

师：也可以对腰进行分类，如果换成角：等腰三角形一个内角为 $70^\circ$ ，它的另外两个角为多少呢？等腰三角形一个内角为 $110^\circ$ ，它的另外两个角又是多少？

生 23：一一解答（略）。

师：你对上述等腰三角形问题及其变式的解决作个归纳吗？

生 24：等腰三角形可以从边（底边、腰）来分类，也可以从角（底角、顶角）来分类，但分类标准要前后一致，且满足三角形本身的边角条件。

**教学分析** 上述教学片断涉及作轴对称图形和等腰三角形问题的知识网络，在问题8的解决及追问中，通过问题链的设置让学生在直角坐标系中从画出单个点的对称点出发，再画出一个三角形的对称图形，再引导学生归纳两类转化，在形数转换中渗透了直观想象的发展，在问题解决中自然蕴含了

一般到特殊的转化思想。让学生在由一般到特殊再到一般的认知过程，并深入体会数形结合思想。后面的问题9及其追问的问题链，引导学生在解决等腰三角形的不同分类中学会分类，除了不同分类中的标准统一，还要验证是否满足三角形三边中较小两边之和大于第三边这一隐含条件。同样地，通过问题链让学生体会到等腰三角形遇到角的问题时，要对已知角是顶角还是底角进行分类讨论，还要验证是否满足三角形三角之和等于 $180^\circ$ 。通过问题链渗透了分类讨论和等价转化的思想。

课堂问题牵引着学生学习的途径，合适的问题链能引导学生深度学习。在数学复习课中采用“问题链”进行章节知识框图梳理，把零散的知识点网络化。复习课的知识网络构建和运用更需要我们设计好问题链，并预设好追问及其生成，既清晰知识又形成结构，并渗透思想发展的相应素养。

## “336”互动教学模式在高中数学复习课中的运用

——以“高考二轮复习之平面法向量求法”为例

李 恺 福建福州屏东中学（350003）

### 1 引言

复习课是高中数学课堂教学的重要组成部分。它不是旧知识的机械重复和简单再现，而是把具有关联性、规律性的内容，以再现、整理、归纳等办法串起来，形成条理化、系统化的体系，进而促进学生对知识的理解与应用。然而受到高考压力，如今高中数学复习课堂仍以教师的灌输为主。先将知识梳理一遍，再配上典型例题及其变式反复训练。这样的复习模式下学生基本是处于被动听讲、机械模仿的状态，教师无法第一时间了解学生对知识与技能的理解与掌握情况，导致复习课成效低下。因此，在复习课中如何通过构建高效的学情反馈渠道达到精准教学，是一线教师亟待解决的问题。

伴随着信息技术的迅猛发展，数字化资源与技术广泛进入课堂，在“先学后教”、“以学定教”等教学理念指导下，教与学方式逐渐产生变革，教师的教学活动通过与媒体整合，使得教与学的过程可视化，达成“以生为本”的复习课新生态的目标，帮助学生真正高效地开展复习。

### 2 “336”互动教学模式概述

图 1：“336”互动教学模式



图 1

“336”互动教学模式（如图 1）是指从“教师、智慧教室、学生”3 个维度、“课前、课中、课后”3 个阶段、“自主学习、检测反馈、释疑拓展、再测反馈、归纳总结、云端补救”6 个环节，对教师的教学行为、学生的学习行为等，做到实时互动、及时反馈、智能诊断。根据课前制定的精细化教学目标开展教学工作，灵活运用各种信息技术手段开展检测，做到及时反馈、校正目标、以学定教，随时调整学科目

标的教学策略.

### 3 “336”互动教学模式在高中数学复习课中的具体教学实践

笔者以本人所开设的《高考二轮复习专题之立体几何中的平面法向量求法》为例,与各位同仁分享利用“336”互动教学模式在高中数学复习课的教学实践与感悟.

#### 3.1 教学设计前期分析

##### 3.1.1 教学内容分析

空间向量法是在空间直角坐标系中,以点的坐标为基础,利用空间向量来处理空间线线、线面、面面的位置关系和夹角等方法.而平面的法向量是确定平面位置的重要向量,在涉及平面的位置关系与成角问题中占有举足轻重的地位.在立体几何问题的具体应用中平面法向量的求解是解题的必经步骤.

##### 3.1.2 学生情况分析

本节课是高三二轮复习课,通过一轮复习,学生已经具有一定的空间感,对于法向量的概念与求解过程能较熟练掌握.然而面对复杂立体图形,由于学生对线面垂直、面面垂直的判定与性质理解与运用不到位,计算能力以及向量转化能力薄弱,导致学生在求法向量的过程中阻力重重.另一方面,笔者所任教的班级学生虽然有较强的学习主动性,但是由于能力差异导致班级内部存在两级分化.

考虑到所任教班级的学生因为能力差异,存在两级分化,笔者制定突破教学难点的策略:基于“336”互动教学模式,采用“个性化学习策略”,将学生异智分组,通过任务驱动变换学习者在课堂中的角色,实现课前、课中、课后的个性化学习,以满足不同层次的学生不同需求.

#### 3.2 信息化教学资源的制作和平台的部署

为便于学生课前自主学习,笔者制作了《求平面的法向量》专题微课,视频中再次阐明法向量的概念与作用,同时通过两道典型例题,对法向量的求法以及在计算中所运用的技巧予以重点讲解.

在教学平台方面,选择智慧课堂平台,课堂上学生一人一台平板电脑,教师可以通过该平台为不同学生布置不同任务,实现一对多有效互动,学生可以利用平板电脑进行即时选择、解题过程拍照等多种方式作答,一堂课结束后所形成的综合分析报表可以让教师获悉教学反馈情况,做到“以学定教”,

提高教学有效性.

### 3.3 教学过程实施与效果分析

#### 3.3.1 课前自主学习, 诊断检测

课前教师通过QQ群发布微视频与学习任务单,学生按照学习任务单要求,观看微视频,并进行限时的诊断性自我检测.内容由基础知识与实战演练两部分组成,实战演练的两道题如下:

**第1题** 如图2,平面 $ABEF \perp$ 平面 $CBED$ ,四边形 $ABEF$ 为直角梯形, $\angle AFE = \angle FEB = 90^\circ$ ,四边形 $CBED$ 为等腰梯形, $CD \parallel BE$ ,且 $BE = 2AF = 2CD = 2BC = 2EF = 4$ ,建立适当坐标系,求平面 $ABC$ 的法向量.

**第2题** 如图3,在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,已知侧面 $ABB_1A_1$ 是菱形,侧面 $BCC_1B_1$ 是正方形,点 $A_1$ 在底面 $ABC$ 的投影为 $AB$ 的中点 $D$ .

(1) 证明:  $BC \perp$  平面  $AA_1B_1B$ ;

(2) 若  $AB = 2$ , 设  $P$  为  $B_1C_1$  上一点, 且  $\overrightarrow{B_1P} = \frac{1}{3}\overrightarrow{B_1C_1}$ , 建立适当的坐标系, 分别求面  $AA_1B_1B$  与面  $ABP$  的法向量.

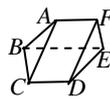


图2

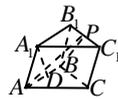


图3

教师在批阅学生的检测时发现,对于第一题,除了个别学生计算错误,大多数学生都得出正确答案.而对于第二题,绝大多数同学都能利用第一问的结论,直接将直线 $BC$ 的方向向量作为平面 $AA_1B_1B$ 的法向量,而第二问做出来的学生极少,错因在于 $P$ 点坐标求错或者是不会求,说明当学生遇到在底面的投影位置很难确定的点时,不会想到利用平行向量的知识来辅助求解法向量.

因此,笔者备课时把利用平行向量求解法向量这一策略作为课堂上释疑拓展的重点,并且根据学生检测数据反馈,以基础知识与具体应用中对于平面基向量坐标求解方法掌握情况为标准,将学生进行异智分组,为课堂上实现个性化教学做铺垫.

#### 3.3.2 课中学生汇报, 完善体系

课堂一开始教师根据前测情况进行点评,首先向学生展示优秀的前测任务单,并且对其中知识梳理部分错误率较高的地方进行简单讲解,重点组织学生交流前测中第2题的第二问“关于平面 $ABP$ 法向

量的求法”，引导学生利用向量的运算解决求解的难点，即  $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{B_1P} = \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  . 进而归纳出三种求法向量的策略：(1) 根据现有的线面垂直条件直接求解；(2) 通过求面内任意三个点坐标求法向量；(3) 利用向量知识求解.

学生利用平板电脑自行查阅优秀同学的成果，结合教师点评，完善自己的知识梳理. 结合各自的解题思路，倾听其他同学的分析后进行订正.

### 3.3.3 布置任务，个性学习

教师在课前已经将学生分为 A, B 两组，其中 A 组学生基础较为薄弱，B 层次基础较好，并同时向 A, B 层次学生发布当堂学习任务. 任务如下：

任务：A 组学生先思考例 1 的解题思路，然后在课堂任务单上写出解答过程，完成后利用平板电脑拍照上传（限时 10 分钟）. 拍照结束后思考例 2 的解题思路.

B 组学生思考例 1 的解题思路，但不必写出过程，思考结束后完成例 2（限时 10 分钟），并判断部分 A 组学生关于例 1 的解题过程是否正确.

**例 1** 如图 4，四棱锥  $P-ABCD$  中，侧面  $PDC$  是边长为 2 的正三角形，底面  $ABCD$  是菱形， $\angle ADC = 60^\circ$ ，点  $P$  在底面  $ABCD$  上的射影为  $\triangle ACD$  的重心，点  $M$  为线段  $PB$  上的点. 建立适当的坐标系，求平面  $CBP$  的法向量.

**例 2** 如图 5，在三棱台  $ABC-DEF$  中，已知平面  $BCFE \perp$  平面  $ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $BE = EF = FC = 1$ ， $BC = 2$ ， $AC = 3$ ，建立适当的坐标系，求平面  $BAD$  的法向量.

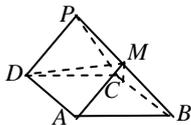


图 4

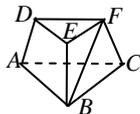


图 5

教师利用智慧课堂快速浏览 A 组学生提交的解答，并从中遴选两份具有代表性问题的学生成果推送给 B 组学生，让 B 组学生检查 A 组学生完成情况.

**设计意图** (1) 教师根据前测情况有针对性的布置了两道例题，其中例 1 旨在训练学生点坐标以及法向量的计算能力和比较不同建系环境下坐标求解的方便简洁性. 例 2 在求平面基向量时需要采用平行向量的性质进行转化. A 组学生通过例 1 可以提升计算能力，而 B 组学生已经基本达到了这一层次，

只需通过检查、评价他人解答来巩固这一技能. 同时腾出充实的时间让 B 组学生来思考综合性更强的例 2. (2) 互动平台为课堂提供了个性化定制例题的途径，对于相同的题目，不同层次的学生侧重不同，担任的角色也不同，同时教师可以了解学生的知识掌握状况，及时发现共性问题，调整教学策略，为课堂下一阶段的精准教学保驾护航.

### 3.3.4 师生共研，以学定教

首先教师展示两份 A 组学生关于例 1 的解答过程，并从 B 组学生中随机挑选同学对其进行点评. 在讲评例 2 前，教师向全体同学推送调查：对于例 2，你用哪种方法求平面  $BAD$  的法向量. 结果显示，有 37 位同学选择“通过求面内三个点坐标”，4 位同学选择“利用平行向量求面内向量坐标”. 随后，教师从选择“通过求面内三个点坐标”的 37 位同学中随机挑选三位上台分享，有的学生谈到点  $D$  坐标是本题的难点，有的学生介绍可以不求点  $D$  坐标，通过求点  $E$  的坐标，还有同学想到通过将棱台复原成棱锥，利用中点坐标公式求点  $D$  的坐标. 教师从选择“利用向量知识直接求面内向量坐标”的 4 位同学中选择一位上台分享，该同学介绍可以在线段  $AC$  上取中点  $H$ ，连接  $HF$ ，发现  $\overrightarrow{AD}$  与  $\overrightarrow{HF}$  相等，将  $\overrightarrow{AD}$  的坐标转化为求  $\overrightarrow{HF}$  的坐标，进而列出方程组求法向量.

**设计意图** (1) 对于例 1 的讲评，由层次较好的 B 组学生取代老师进行点评与矫正，实现了因材施教与以学生为主体的课堂教学. (2) 在讲评例 2 前，教师进行现场调查，通过即时反馈，实现教师与每一位学生的互动，让教师快速与全面地了解每一位学生的学习情况，为教师有效提问与有针对性讲解提供保障. (3) 课堂上通过一题多种策略与方法的介绍，拓展了学生的思路，也有助于全体学生及时对自己的做法进行矫正.

### 3.3.5 追踪成果，交流提升

本节课的最后，教师通过发布以下三个问题组织学生对本节课进行总结：

**问题 1** 你认为在什么样的条件下，可以利用平行向量的知识求平面的法向量？

**问题 2** 对于空间向量在立体几何中的应用，有人说应该先考虑如何建系，再探究点坐标进而求平面的法向量；也有人说应该根据图形特点和已知条件先思考如何处理点的坐标，再考虑如何建系. 请根据自身的学习经验和本节课的体会，比较两种方

式,谈谈哪种方式更好,并说明理由.

学生利用平板电脑,用手写、拍照等功能将自己感受最深的解题方法上传至教学平台;同时借助智慧课堂平台随意查阅其他同学上传的观点.

**设计意图** 本环节运用了课堂互动平台的小组讨论功能,每位同学们都能发表自己的学习收获,同时又能利用平台查阅其他同学的观点,实现学习总结的“个性化”.

### 3.3.6 课后测评,云端补漏

教师布置课后测验,检查当堂学习情况,并利用网络资源,针对学生错误推送个性化学习资源.学生利用网络完成课后测验,结合解析自行订正,并查阅教师推送的学习资源.

## 3.4 教后反思

### 3.4.1 在行为互动中提升学生的主体地位

本节课基于“336”互动教学模式,利用智慧课堂平台与学生一人一平板的学习终端,笔者明显感受到课堂上学生讨论率增加,教师直接讲授的比例降低,更多的转换为提出问题、引导讨论和布置任务.同时本节课信息技术的使用丰富了课堂的互动形式,不仅有常规的师生与生生互动,还有教师与信息技术、学生与信息技术和以技术为媒介的师生

互动.比如课堂中学生将自己的作答拍照上传平台,教师借助平台浏览学生解答、从中选择有代表性的解答再推送给所有同学进行讨论,这样高效的互动有利于学生深度参与学习,提高复习教学的有效性.

### 3.4.2 在多元评价体系中增强学生的学习自信

所谓教学评价,即以教学目标为依据,按照科学的标准,运用有效的手段,对学生学习的过程及结果进行测评,并给予价值判断的过程.本节课,学生在课前网络平台观看微课并完成检测,根据测评结果形成自评,教师也可以通过学生完成情况得出诊断性评价.在课中,在师生互动和生生互动等环节中,教师能对学生的知识掌握情况与行为表现做出一系列形成性评价,同一个题目,通过赋予不同层次的学生不同的角色,得以让学生产生同伴间的有效评价,这对学生全面认识自我,增强学习自信,实现终身学习的目标起到了积极作用.

#### 参考文献

[1]周灵.及时评量 以学定教 促进发展——基于“智慧教室”的教学实践与思考[J].福建基础教育研究,2016(11):30-31

(本文系2021年度福州市教育信息技术研究立项课题“336”混合式教学模式下高中数学概念课的教学策略研究”(项目编号:FZDJ2021A21)的研究成果之一)

# 基于 PCK 的课例研究

——以新手型数学教师为例

林 达 福建省连江第一中学(350500)

## 1 研究缘由

PCK 这一术语最早是由美国教育家舒尔曼在《教育研究者》发表的一份研究报告提出的,他首次提出学科教学知识(Pedagogical Content Knowledge 缩写 PCK)概念,并将其定义为“教师个人教学经验、教师学科内容知识和教育学的特殊整合”.<sup>[1]</sup>我国的教育学者董涛认为数学教师课堂中 PCK 的结构是数学知识在教学中的转化形式,数学课堂中 PCK 含有五种要素:数学教学的统领性观念、内容组织的知识、学生理解的知识、效果反馈的知识、教学策略的知识.<sup>[2]</sup>

近些年来,中小学对教师的需求是越来越大,每年都有一大批新教师补充到学校里,这些新教师

的发展离不开学校的依托.同样学校的进步也离不开这些新教师的发展,每个教师都是从新手型教师开始逐渐向专家型教师过渡的,而在这个过程中教师的个人教学经验逐年丰富,教师的学科内容知识和教育学的特殊整合也在逐年完备,因此对新手型教师的 PCK 研究是很有必要的.

## 2 研究对象

本文中的课例来自于“福建省建瓯市竹海学校的一名新入职的数学教师的一堂汇报课”视频.授课内容选自人民教育出版社2013年版《义务教育教科书数学》(八年级上册)第十五章第二节“分式的乘除”第一课时的内容.授课教师是年轻的新教师,所执教的学生是教师任教班级的学生,彼此有