



教材是根据课程标准编写而成的,通过对“用教材教”的系统学习,可以达到课程标准的学習要求.“用教材”是手段不是目的,达到课程标准的学習要求才是教学的目的.对教材的认识是一个长期的过程,同时又是一个急需解决的问题.解决的好坏直接影响到新课程实施的效果.

“用教材教”体现了新课程对教者的希望,同时“应给学生留下怎样的空间?”也对教者的智慧提出了更大的考验.新课程理念既强调学生的主体地位,又赋予教师创造性地使用教材、开发教学资源的权利.创造性是促进学生自觉、主动、高效“动起来”的重要策略,只有让学生“动”起来,才能使所学的知识“活”起来“用”起来<sup>[4]</sup>.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.《普通高中数学课程标准(2020 年修订)》[M]. 北京:人民教育出版社,2020,6.
- [2] 苏教版高中数学教材编写组.《普通高中教科书·数学必修第二册》[M]. 南京:江苏凤凰教育出版社,2020:7.
- [3] 崔景南.当学生偏离教师的航向时[J]. 数学通报,2008(09):27-28.
- [4] 董入兴.意外探究,别样生成,不一样的精彩——“直线两点式方程”的教学[J]. 中学数学教学参考,2014(03):13-15.

作者简介 徐爱勇(1977—),男,江苏浦口人,高级教师,现任江苏省江浦高级中学副校长,荣获江苏省第五期“333 工程”培养对象,南京市中青年拔尖人才,南京市数学学科教学带头人,南京市高中数学中心组成员等荣誉称号.近些年来,共有 70 余篇论文发表于专业核心期刊上.

## 深度加工教材 让教学更有效\*

### ——“独立性检验的基本思想及其初步应用”教学思考

广西柳州市铁二中学 545007 黄文芳

**【摘要】** 教材是培养人才的重要资源,是教学内容的载体,是教和学的工具,是教学过程的支架,也是“课程标准”目标的具体体现.做好教材的深度加工,是教师实行教学的重要资源,除了更好地把握编者的意图,更重要的是有效促进教学.本文从一节课——独立性检验的基本思想及其初步应用展开思考,尊重教材的前提下,细化知识点的落实,激活知识,进而让教学效果更有效.

**【关键词】** 独立性检验;分类变量;教材;教学

《普通高中数学课程标准(实验)》《普通高中数学课程标准 2017 年版 2020 年修订》对独立性检验的思想及其初步应用的教学要求较低,只需要通过实例了解独立性检验思想即可,在平时的教学中往往就是教学生“套用”课本公式,熟悉解题格式即可.这样的“应试教育”行为与当下的核心素养的推行完全背道而驰.在当今的社会形式下,尤其是双减政策的落地,在减少学生学習负担的条件下,让学生在课堂上学习到更多更有用的数学知识,在课堂教学中锤炼思维和智慧,教师的课堂教学和对教材的把握凸显的尤为重要.新一轮课改教材编排坚持“以学生的发展为本”的原则,同时以发展学生核心素养为目标,以崭新的内容和形式,为每一位学生提供发展的空间,课堂上体现让每个学生得到不同的发展.因为教师不仅仅要用好教材,还要深挖教材中的

重点、亮点,梳理教材编写意图、理解教材认知线索和创造性地使用教材,从而提高课堂教学的效益,落实数学核心素养,立德树人,发挥教材的最佳作用.

在人教版选修 1-2,2-3 和新课程的选择性必修 3 当中,这一节课内容基本上的安排都是通过情境引入(吸烟与患肺癌的关系),直接揭示分类变量的定义,进而引入  $2 \times 2$  列联表,借助卡方统计量,解释了独立性检验思想,根据卡方统计量的观测值大小判断“吸烟与患肺癌”是否有关,最后通过练习熟悉独立性检验思想的应用.尽管教学过程很流畅,但是通过授课过程,会发现以下 5 个问题,这 5 个问题在教学过程中很容易被教师忽略或者一笔带过,本人认为在尊重课标和教材的基础上,需要深度加工教材,钻研教材,进行重组整合,丰富和完善教材,让学生学得轻松愉快,让课堂变得精彩,教学质量得到提

\* 基金项目:柳州市教育科学规划课题“开放式教学模式下培养学生创新思维的研究”(2020C193).



高.下面我们重点分析以下这五个问题.

### 1 均值与方差、正态分布、回归分析、独立性检验的联系与区别

**联系:**它们都是对收集的数据进行分析.

**区别:**均值与方差对于两个方案好坏或者两人水平高低的对比,若在均值相同的条件下方差还反应数据的集中与离散程度、波动与稳定性;正态分布是连续型随机变量的一种重要分布,满足正态曲线的函数,对其图象进行分析,从而了解其函数性质.

回归分析找出两个变量之间的函数关系,该变量是离散型的;独立性检验是判断两个变量之间的相关性有多大,该变量是分类变量.

**设计意图** 在引入课题之前,可以进行之前的学习对比,让学生对统计知识的学习更深刻.统计学内容的连贯性很强,环环相扣,不是孤立存在的.

### 2 分类变量的定义教材上是直接给出,如何理解到位

我们在初中就开始接触变量,但数学中的变量不仅仅有取实数的数值变量(连续型和离散型),还有就是今天我们所学的分类变量.分类变量也称为定性变量,它是描述事物特性的变量,目的是将事物区分成互不相容的不同组别,其取值是分类数据.如“性别”就是一个分类变量,其变量值为“男”或“女”“血型”也是一个分类变量,其变量值可以为“O型”“A型”“B型”“AB型”.通过举例让学生熟悉分类变量:性别、行业、血型、职称、药物检验等.而作为我们高中只研究取两个值的分类变量.

**设计意图** 更好地扩容知识领域范围,深刻了解变量的分类,理解分类变量的含义.

### 3 怎样描述两个分类变量的关联性? $|ad - bc|$ 大小说明了什么

利用卡方独立性检验,独立性检验一般采用列联表的形式记录观察数据,主要用于两个或两个以上变量多项分类的计数资料分析,即研究两类变量之间的关联性问题.列联表是由两个及两个以上的变量进行交叉分类的频数分布表,可以清楚地表示分类变量之间是否相互关联.高中我们只研究  $2 \times 2$  列联表,它是列联表中最简单的形式.

在利用列联表分析时,由于列联表是一个交叉的频数表,利用所给频数计算出一个差值,这个差值用卡方统计量表示,  $|ad - bc|$  的值相差越大,卡方值就越大,两个分类变量之间的关系就越强;  $|ad - bc|$  的值相差越小,卡方值就越小,两个分类变量之间的关系就越弱.为了有一个统一的评判标准,构造一个随机变量  $K^2$ ,  $K^2$  的结构与  $|ad - bc|$  的关系计算式也就自然而然得出.

**设计意图** 介绍独立性检验的由来,列联表的含义及说明,进而得到  $|ad - bc|$  的大小说明的问题,进而引入  $K^2$ ,而不是直接告诉学生结果和计算公式.让学生知其然也知其所以然.

### 4 $K^2, k$ 与 $k_0$ 之间的关系

$K^2, k, k_0$  分别表示检验统计量、由样本数据带入  $K^2$  计算得出的值(简称观测值)和确定检验规则的临界值.  $K^2$  是一个随机变量(在检验前不能确定它的值);  $k$  和  $k_0$  都是(非随机的)实数,  $k$  是随机变量  $K^2$  的观测值,而临界值  $k_0$  决定了两个分类变量是否有关,或者说决定了最后的检验结果犯错误的概率.

表  $K^2$  临界值的特点

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

在上面的临界值表中我们可以看出,临界值  $k_0$  随着概率  $P(K^2 \geq k_0)$  的减少而增大.

在概率论中,小概率事件指的是概率很接近于0的事件,一般多采用0.01和0.05这两个值.即把事件发生的概率在小于或低于0.01或者小于或低于0.05的事件称为小概率事件.这两个值就为小概率的标准.从而知道教材当中为何使用6.635这个临界值来判断两个分类变量的相关大小.

**设计意图** 课本出现了“ $K^2 \geq 6.635$  是一个随机事件”有些唐突,如果提及小概率事件这个知识,

对这  $K^2, k$  与  $k_0$  三者的关系区分说明会比较到位,从而对独立性检验定义了解更为透彻,突破独立性检验的基本思想这个难点的理解.

### 5 能否有99%的把握认为“X与Y有关系”;能否在犯错误的概率不超过0.01的前提下认为“X与Y有关系”这两种问法有何关系

这两种说法是在学习教材内容后以及对比历年高考试题发现的,在平时练习中也会有一些题目中出现这两种问法的交错使用,教师在课堂上是否按照课本上只介绍一种说法,还是两种说法就是一带而过?

例 (2020 年全国卷 III 理 18、文 18) 某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次,整理数据得到下表(单位:天):

空气质量等级 \ 锻炼人次	[0,200]	(200,400]	(400,600]
1(优)	2	16	25
2(良)	5	10	12
3(轻度污染)	6	7	8
4(中度污染)	7	2	0

(1) 略;(2) 略;

(3) 若某天的空气质量等级为 1 或 2,则称这天“空气质量好”;若某天的空气质量等级为 3 或 4,则称这天“空气质量不好”.根据所给数据,完成下面的  $2 \times 2$  列联表,并根据列联表,判断是否有 95% 的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?<sup>[1]</sup>

	人次 $\leq$ 400	人次 $>$ 400
空气质量好		
空气质量不好		

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

例 (选修 2-3) 在某医院,因为患心脏病而住院的 665 名男性病人中,有 214 人秃顶,而另外 772 名不是因为患心脏病而住院的男性病人中,有 175 人秃顶,利用图形判断秃顶与患心脏病是否有关系,能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为秃顶与患心脏病有关系?<sup>[2]</sup>

教材的问法都是第二种问法,但查阅了近几年的高考试题,2017 年新课标 II 卷(理)18(2),2018 年新课标 III 卷(理)18,2019 年高考全国 I 卷文 17,2020 年山东 19、2020 年海南 19、2020 年全国卷 III 理 18、文 18 的问法都是第一种,这两种问法是否一样?

99% 的把握中的“把握”一词在独立性检验中的含义是指不犯错误的可能性,“99% 的把握”指的就是有 99% 的可能性.换言之,在实际应用中,我们把  $k \geq k_0$  解释为有  $(1 - P(K^2 \geq k_0)) \times 100\%$  的

把握(可能性)认为“两个分类变量有关系”,把  $k < k_0$  解释为  $(1 - P(K^2 \geq k_0)) \times 100\%$  的把握认为“两个分类变量没有关系”,或者说没有把握认为“两个分类变量之间有关系”.由于临界值决定了检验结果犯错误的概率,“把握”特指的是  $k_0$  所对应的检验规则在  $H_0$  成立的前提下不犯错误的概率,它等于  $1 - P(K^2 \geq k_0)$ .

“犯错概率”在统计上来讲是 p-value 的概念,即为  $H_0$  发生的概率.如果  $H_0$  足够小,我们有理由拒绝  $H_0$ .因为它发生的概率实在是太低了.但是即使  $H_0$  发生的概率再低,我们也不能 100% 地确定  $H_0$  不会发生,因此所谓的犯错误概率就产生了.由于统计不是数学,我们不能 100% 的给出正确的答案,对就是对,错就是错,所以我们只能有 99% 的概率说  $H_0$  不会发生.

简而言之,这里充分体现了独立性检验的思想,教材中用了假设思想,  $K^2$  的观测值越大,犯错的概率就越小,两个分类变量的相关性就越强.

**设计意图** 独立性检验的关键所在就是判断两个分类变量是否相关,由于样本的随机性不能代替总体,因此根据样本对总体所做的推断可能会出错,这样一来,就存在求犯错的概率问题,其次独立性检验中因为有“认为小概率事件不可能发生”的观点存在漏洞,进而存在犯错的风险.最后就可以在结论中描述“在犯错误的概率不超过 \*\* 的前提下,  $X$  与  $Y$  有关”.这样的梳理对比可以让学生更加理解和掌握独立性检验的基本思想.

独立性检验含有极其丰富的教学价值,它是对概率统计知识的进一步延续、提升和应用.以上是作者对于独立性检验知识在备课或者授课过程中需要注意的细节问题的一己之见,依据教材提供的素材,对其进行加工重组和整合,充分有效地将知识激活,努力提高教学的有效性,从而提高教学质量.

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(实验)[M].北京:人民教育出版社,2003.  
 [2] 人民教育出版社.普通高中课程实验教科书.数学(选修 2-3,A 版)[M].北京:人民教育出版社,2006.

**作者简介** 黄文芳(1981—),女,汉族,广西贺州人,中学高级,本科.研究方向:数学基础教育.主要成绩:主持 2 项区级课题,参与其他课题 4 项.