

创新试卷讲评方式 提升数学教学实效

王克进

湖北省天门外国语学校 431700

[摘要] 考试既是考查学生对阶段性知识的掌握情况, 又是衡量教师阶段性教学成效的主要标尺. 既然考试是全方位检验师生教与学效果的载体, 那么试卷讲评则能反馈出师生个体在教学中的缺憾. 文章认为通过创新讲评方式, 可起到巩固、提升与查漏补缺的作用, 从以下三方面展开阐述: 回归概念, 优化方法; 反思失误, 查漏补缺; 赏析精彩, 分享成功.

[关键词] 试卷讲评; 问题; 教学实效

试卷讲评是指通过对学生答题情况与对考核内容的分析, 起到纠正错误、巩固提升、查漏补缺等教学成效. 试卷讲评的作用在学生层面主要体现在: 让学生吸取错误的教训, 总结成功的经验, 完善认知体系, 发展数学思维; 在教师层面主要体现在: 帮助教师发现自身教学中的漏洞与不足, 为教师提供总结与反思的依据, 从而改进教学方式, 提高教学质量^[1]. 鉴于此, 笔者结合自身的执教经验, 针对试卷讲评的方法进行了研究与创新, 现整理成文, 与同行共享.

① 回归概念, 优化方法

概念是数学的基础, 是解题的依托. 试卷中, 有不少新颖的问题让学生感到手足无措, 若将这些问题回归到最基础的概念去思考, 则可能会柳暗花明. 因此, 当学生拿到试卷时, 教师可先不着急进行讲评, 而是让学生浏览一遍自己的错题, 并与周边的同学互相比较、交流选择题与填空题中的一些错误.

要求学生在交流过程中, 带着如下

几个问题进行反思: 我为什么会错? 是解题方法问题还是概念不清? 抑或是小题大做还是真的不会? 学生反思的同时也听听其他同学的解题意见, 在自己身上寻找错误根源, 学会欣赏别人简洁、巧妙的解题方式, 在取长补短中获得进步.

例1 由6根(长度一样, 直径忽略)2米长的钢管焊成一个三棱锥形状的架子, 并在此钢架内放入一个球体, 求该球体的最大表面积.

本题错误率较高, 笔者与部分学生进行了交流, 发现学生出现失误的主要原因有两个: 将三棱锥形的框架理解成了四面体, 计算时, 认为球体与四面体的各个面呈相切的关系; 在求球体的半径时, 方法过于烦琐复杂, 计算冗长. 第一种错误产生的原因在于对概念的理解不够透彻, 第二种错误发生的原因是没有能够优化解题方法.

分析本题, 会发现满足题意的球体的半径与正三棱锥的中心点到棱的距离是相等的关系, 以此联想到正方体的图形, 将正三棱锥的棱理解成正方体六个面的对角线, 以此可构造出一个正方

体, 待求球的半径恰巧就是该正方体的中心到各面的距离, 此距离即为正方体棱长的 $\frac{1}{2}$. 因为正方体面的对角线的长度为2, 计算可得, 棱长为 $\sqrt{2}$, 球的半径即为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 由此可确定球体的最大表面积为 2π .

这种解题思路快速、简洁、准确, 不仅避开了繁杂冗长的计算, 还帮助学生理清了此类题的解题方法, 融会贯通的同时巩固并深化了学生对相关概念的理解与应用, 为提升学生的解题能力奠定了一定的基础, 也为优化学生的解题思路与方法提供了保障.

② 反思失误, 查漏补缺

试卷讲评的关键性目的在于解决学生“会而不对、对而不全”的解题问题. 不少学生在解题中存在以下两个问题: 看似都会, 一做就错; 老师讲的都会, 讲完又忘了. 为了避免这些现象, 试卷讲评时, 教师应见微思著, 通过对错误原因

作者简介: 王克进(1977—), 本科学历, 中学一级教师, 从事高中数学教育教学研究.

的深度分析,及时发现自身在教学中存在的漏洞与缺陷,运用合适的教学方法指出并填补学生思维上的不足,以杜绝类似问题的再次发生.

例2 已知曲线 $C:y=-\frac{\sqrt{20-x^2}}{2}$ 和直线 $l:y=x+m$ 只有一个公共点,则 m 的取值范围是什么?

学生常见的解题错误是将曲线化成 $x^2+4y^2=20$,再根据直线与曲线只有一个公共点的条件,联立方程并化简可得 $5x^2+8mx+4m^2-20=0$,由 $\Delta=0$ 解得 $m=\pm 5$.出现这种错误的主要原因在于没有关注变量 y 的取值范围,其取值范围应为 $(-\infty, 0]$.若用数形结合法作出相应的图像,很容易就得到 $-2\sqrt{5} < m \leq 2\sqrt{5}$ 或 $m=-5$,这种解题方式生动、直观、明了,值得推荐.

因此,教师在讲评此题时,可从以下两点进行引导:数形结合思想是解决问题时常用的一种数学思想,不论是以形助数,还是以数辅形,都能有效地避开思维的死角,这种数学思维既直观又简便;利用函数定义域优先原则,将解析几何与函数问题放在一起进行归纳、总结.

通过教师的讲评,让学生认识到脱离了变量的取值范围,问题则毫无讨论的意义.在本题中,学生出现失误的关键性因素就是忽略了问题中所存在的隐含条件,同时又受思维定式的影响,出现以偏概全的错误.因此,当教师讲评到此处时,应做适当的留白与停顿,以加深学生的印象,同时也要鼓励学生通过动手画图、合作交流等方式进行独立思考与自主探究,从错误中吸取教训,避免发生重蹈覆辙的情况.

此过程中,教师还可以引导学生从不同的视角去分析与思考问题,鼓励学生想一想避免出现类似失误的方法还有哪些,让学生在自主分析与探究中,优化解题思路,提高解题能力.

④ 赏析精彩,分享成功

每次考试,总有学生会呈现出令人

眼前一亮的解题方法.哪怕有些只是小小的新意,看似微不足道,但也是确实存在的优点.因此,教师在阅卷时,应关注到学生的长处,尽可能地挖掘学生存在的创意,将这些精彩片段进行整理、分析,以便讲评试卷时分享给其他学生,让学生在赏析同伴精彩的解题过程时,感知数学独有的魅力.

分享成功案例的方式,对创新意识较强的学生来说,也是一种鞭策与鼓舞.学生在赏析精彩解题过程中,会形成一种健康、积极的情感倾向,这是一种正向的学习力量,学生在这种氛围中容易产生探索欲,对丰富多彩的数学世界心生向往^[2].

例3 设函数 $f(x)=x\ln x(x>0)$.

问题:(1)函数 $f(x)$ 的最小值是多少?

(2)若 $F(x)=ax^2+f'(x)(a\in\mathbf{R})$,求函数 $F(x)$ 的单调性;

(3)曲线 $y=f'(x)$ 与斜率为 k 的直线,分别相交于点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), x_1 < x_2$,

求证: $x_1 < \frac{1}{k} < x_2$.

学生基本都能正确求解前面两问,在此不加以赘述.对于第三问,大部分学生采取分析法,用“执果索因”的方式进行求证,具体过程为:

因为 $k = \frac{f'(x_2)-f'(x_1)}{x_2-x_1} = \frac{\ln x_2 - \ln x_1}{x_2 - x_1}$,想

要证明 $x_1 < \frac{1}{k} < x_2$,就是证明 $x_1 < \frac{x_2 - x_1}{\ln x_2 - \ln x_1} < x_2$.

令 $t = \frac{x_2}{x_1}$,我们只要证明 $1 < \frac{t-1}{\ln t} < t$.因

为 $t > 1$,所以 $\ln t > 0$,等价于证明 $\ln t < t-1 < t\ln t(t > 1)$.

①设 $g(t) = t - \ln t - 1, g'(t) = 1 - \frac{1}{t}(t >$

$1), g'(t) > 0$,所以 $g(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增.在 $t > 1$ 时, $g(t) = t - \ln t - 1 > g(1) = 0$,也就是 $t - 1 > \ln t(t > 1)$.

②设 $h(t) = t\ln t - t + 1(t > 1), h'(t) = \ln t > 0(t > 1)$,所有 $h(t)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增.所以, $t > 1$ 时, $t - 1 < t\ln t(t > 1)$.

综合①②可知, $\ln t < t - 1 < t\ln t(t > 1)$ 成立,由此可证明该不等式成立.

阅卷时,笔者发现有一位学生的证

明思路与大部分学生不一样,证明过程大致为:设直线方程 $y=kx+b(k>0)$ 和曲线方程 $y=\ln x+1$ 联立,消除 y ,可得 $kx-\ln x+b-1=0$,让 $h(x)=kx-\ln x-1+b$,根据已知, $x=x_1, x=x_2(x_1, x_2 > 0)$ 为函数 $h(x)$ 的两个零点(仅有的两个).

因为 $h'(x)=k-\frac{1}{x}$,根据

$h'(x)=0$ 可得 $x=\frac{1}{k}$,因此 $h(x)$ 于 $x=\frac{1}{k}$ 处

可取得极值,也就是不论 k (大于0)取什么值, $h(x)$ 的两个零点都在 $x=\frac{1}{k}$ 的两侧,

同时因 $x_1 < x_2$,所以 $x_1 < \frac{1}{k} < x_2$,由此得证.

试卷讲评时,笔者让该生将他的解题方法讲给其他学生听.所有学生都用崇拜的目光看向他,一个个都被这位学生精彩的证法所折服,无需教师多言,大家就把最热烈的掌声送给了这位才华横溢的学生.该生从一个新颖的角度来分析并解决问题的方式,不仅拓宽了学生的视野,还为大家提供了一种全新的思维方式,在欣赏该生能力的同时,不少学生也感受到数学独有的魅力,分享燃起了大家的学习热情.

试卷讲评除了理清解题思路外,还要关注学生的情感体验.有些学生受认知水平的限制,在某些知识点的理解上存在一定的困难.这就要求教师有足够的耐心,结合学生的最近发展区,寻找思维的突破口,通过逐层递进的方式因势利导,引导学生感悟相应的基本知识与解题方法,在获得良好学习体验的同时,提高解题能力.

总之,试卷讲评不仅仅是知识的传授,更重要的是数学思想方法的提炼.教师在巩固与提高学生基础知识的基础上,更应注重学生数学核心素养的培养,让学生将阶段性的学习内容整合成相应的知识脉络,并内化到认知体系中,以提升自身的综合能力.

参考文献:

- [1] 任银玲.高中数学试卷讲评的师生换位[D].山东师范大学,2010.
- [2] 于浩.中学数学创新教法[M].北京:学苑出版社,2001.