2022 届高三年级模拟试卷(南通)数学

(满分：150 分　考试时间：120 分钟)

一、 单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设集合 $A=\{-1，0，1\}$，$B=\{x|\lg(x+2)>0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{-1，0，1\}$　　B. $\{0，1\}$　　C. $\{1\}$　　D. $(-1，+\infty)$

2. 已知复数 z 与 $(z+2)^2+8\mathrm{i}$ 都是纯虚数，则 $z=$(　　)

A. 2　　B. -2　　C. 2i　　D. -2i

3. 已知甲、乙、丙三人均去某健身场所锻炼，其中甲每隔 1 天去一次，乙每隔 2 天去一次，丙每隔 3 天去一次．若 2 月 14 日三人都去锻炼，则下一次三人都去锻炼的日期是(　　)

A. 2 月 25 日　　B. 2 月 26 日　　C. 2 月 27 日　　D. 2 月 28 日

4. 把函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$图象上所有点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 2 倍，得到函数 $f(x)$的图象；再将 $f(x)$图象上所有点向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 $g(x)$的图象，则 $g(x)=$(　　)

A. $-\sin 4x$　　B. $\sin x$　　C. $\sin(x+\frac{2\pi}{3})$　　D. $\sin(4x+\frac{5\pi}{3})$

5. 某学校每天安排四项课后服务供学生自愿选择参加．学校规定：(1) 每位学生每天最多选择 1 项；(2) 每位学生每项一周最多选择 1 次．学校提供的安排表如下：

时间	周一	周二	周三	周四	周五
课后服务	音乐、阅读、体育、编程	口语、阅读、编程、美术	手工、阅读、科技、体育	口语、阅读、体育、编程	音乐、口语、美术、科技

若某学生在一周内共选择了阅读、体育、编程 3 项，则不同的选择方案共有(　　)

A. 6 种　　B. 7 种　　C. 12 种　　D. 14 种

6. 在$(x^3-2y)(x^2+\frac{y}{x})^6$的展开式中，$x^6y^3$项的系数为

A. -10　　B. 5　　C. 35　　D. 50

7. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过点 F_1 且斜率为$\frac{\sqrt{15}}{7}$的直线 l 与 C 在 x 轴上方的交点为 A.若 $AF_1=F_1F_2$，则 C 的离心率是(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

8. 已知 α，β 均为锐角，且 $\alpha+\beta-\frac{\pi}{2}>\sin\beta-\cos\alpha$，则(　　)

A. $\sin\alpha>\sin\beta$　　B. $\cos\alpha>\cos\beta$

C. $\cos\alpha>\sin\beta$　　D. $\sin\alpha>\cos\beta$

二、 多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 下列函数最小值为 6 的是(　　)

A. $y=\ln x+\frac{9}{\ln x}$　　B. $y=6|\sin x|+\frac{3}{2|\sin x|}$

C. $y=3^x+3^{2-x}$　　D. $y=\frac{x^2+25}{\sqrt{x^2+16}}$

10. 已知直线 l 与平面 α 相交于点 P，则(　　)

A. α 内不存在直线与 l 平行　　B. α 内有无数条直线与 l 垂直

C. α 内所有直线与 l 是异面直线　　D. 至少存在一个过 l 且与 α 垂直的平面

11. 为了解决传统的 3D 人脸识别方法中存在的问题，科学家提出了一种基于视频分块聚类的格拉斯曼流形自动识别系统．规定：某区域内的 m 个点 $P_i(x_i，y_i，z_i)$的深度 z_i 的均值为 $\mu=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}z_i$，标准偏差为 $\sigma=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(z_i-\mu)^2}$，深度 $z_i\notin[\mu-3\sigma，\mu+3\sigma]$的点视为孤立点．则根据下表中某区域内 8 个点的数据，有(　　)

P_i	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
x_i	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.4	15.4	13.4
y_i	15.1	14.2	14.3	14.4	14.5	15.4	14.4	15.4
z_i	20	12	13	15	16	14	12	18

A. $\mu=15$　　*B.* $\sigma=\frac{\sqrt{29}}{2}$　*C.* P_1 是孤立点　　*D.* P_2 不是孤立点

12. 定义：在区间 I 上，若函数 $y=f(x)$是减函数，且 $y=xf(x)$是增函数，则称 $y=f(x)$在区间 I 上是“弱减函数”．根据定义可得(　　)

A. $f(x)=\frac{1}{x}$ 在$(0，+\infty)$上是“弱减函数”

B. $f(x)=\frac{x}{e^x}$ 在$(1，2)$上是“弱减函数”

C. 若 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ 在$(m，+\infty)$上是“弱减函数”，则 $m\geqslant e$

D. 若 $f(x)=\cos x+kx^2$ 在$(0，\frac{\pi}{2})$上是“弱减函数”，则$\frac{2}{3\pi}\leqslant k\leqslant\frac{1}{\pi}$

三、 填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 过点 P(1，1)作圆 C：$x^2+y^2=2$ 的切线交坐标轴于点 A，B，则$\overrightarrow{PA}\ \overrightarrow{PB}$ ＝________.

14. 已知 $\tan\alpha$，$\tan\beta$ 是方程 $3x^2+5x-7=0$ 的两根，则$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}$ ＝________.

15. 写出一个同时具有下列性质①②③的三次函数 $f(x)=$________.

① $f(x)$为奇函数；② $f(x)$存在 3 个不同的零点；③ $f(x)$在$(1，+\infty)$上是增函数.

16. 在等腰梯形 ABCD 中，AB＝2CD＝2，$\angle DAB=\angle CBA=\frac{\pi}{3}$，O 为 AB 的中点．将△BOC 沿

OC 折起，使点 B 到达点 B′的位置，则三棱锥 B′ADC 外接球的表面积为__________；当 $B'D=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时，三棱锥 B′ADC 外接球的球心到平面 B′CD 的距离为________．(第一空 2 分，第二空 3 分)

四、 解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17. (本小题满分 10 分)

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，a＝7，b＝8，从下面两个条件中任选一个作为已知条件，试判断△ABC 是否为钝角三角形，并说明理由．

①$\cos C=\frac{13}{14}$；②$\cos B=\frac{1}{7}$．

18.(本小题满分 12 分)

设 S_n 是等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_1=1$，且 S_1，S_3，S_2 成等差数列．

(1) 求$\{a_n\}$的通项公式；

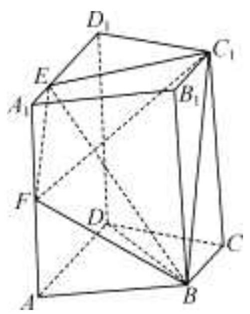
(2) 求使 $S_n\leqslant 3a_n$ 成立的 n 的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

如图，在直四棱柱 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ 中，$AD\parallel BC$，$AD\perp AB$，$AA_1=AD=2BC=2$，$AB=\sqrt{2}$，点 E 在棱 A_1D_1 上，平面 BC_1E 与棱 AA_1 交于点 F.

(1) 求证：$BD\perp C_1F$；

(2) 若 BE 与平面 ABCD 所成角的正弦值为$\frac{4}{5}$，试确定点 F 的位置.



20.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$，四点 $M_1(4，\frac{\sqrt{2}}{3})$，$M_2(3，\sqrt{2})$，$M_3(-2，-\frac{\sqrt{3}}{3})$，$M_4(2，\frac{\sqrt{3}}{3})$中恰有三点在 C 上.

(1) 求 C 的方程；

(2) 过点(3，0)的直线 l 交 C 于 P，Q 两点，过点 P 作直线 x＝1 的垂线，垂足为 A.求证：直线 AQ 过定点.

21. (本小题满分 12 分)

对飞机进行射击，按照受损伤影响的不同，飞机的机身可分为Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ三个部分．要击落飞机，必须在Ⅰ部分命中一次，或在Ⅱ部分命中两次，或在Ⅲ部分命中三次．设炮弹击中飞机时，命中Ⅰ部分的概率是$\frac{1}{6}$，命中Ⅱ部分的概率是$\frac{1}{3}$，命中Ⅲ部分的概率是$\frac{1}{2}$，射击进行到击落飞机为止．假设每次射击均击中飞机，且每次射击相互独立．

(1) 求恰好在第二次射击后击落飞机的概率；

(2) 求击落飞机的命中次数 X 的分布列和数学期望．

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\frac{a}{x}+\ln x$.

(1) 试讨论 $f(x)$的单调性；

(2) 若 $f(x_1)=f(x_2)=2(x_1\neq x_2)$，求证：$a^2<x_1x_2<ae$.

2022 届高三年级模拟试卷(南通)

数学参考答案及评分标准

1. B　2. C　3. B　4. B　5. D　6. A　7. A　8. D　9. BC　10. ABD　11. ABD　12. BCD

13. -2　14. $\frac{5}{4}$　15. x^3-x(答案不唯一，形如 $ax^3+bx(b<0，3a+b\geqslant 0)$)　16. 4π　$\frac{3\sqrt{13}}{13}$

17. 解：若选①.

在△ABC 中，由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

得 $c^2=7^2+8^2-2\times 7\times 8\times\frac{13}{14}=9$，所以 $c=3$. (4 分)

因为 $c<a<b$，所以 B 是△ABC 的最大角．(7 分)

在△ABC 中，由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{7^2+3^2-8^2}{2\times 7\times 3}=-\frac{1}{7}<0$，

所以 B 是钝角，所以△ABC 是钝角三角形．(10 分)

若选②.

(解法 1)在△ABC 中，由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

得 $8^2=7^2+c^2-2\times 7c\times\frac{1}{7}$，化简得 $(c-5)(c+3)=0$，解得 $c=5$ 或 $c=-3$ (舍去).(4 分)

所以 $c<a<b$，所以 B 是△ABC 的最大角．(7 分)

因为 $\cos B=\frac{1}{7}>0$，所以 B 是锐角，

所以△ABC 不是钝角三角形．(10 分)

(解法 2)在△ABC 中，因为 $\cos B=\frac{1}{7}$，所以 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$.

在△ABC 中，由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得 $\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{7\times\frac{4\sqrt{3}}{7}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.(4 分)

因为 $\cos B=\frac{1}{7}>0$，所以 B 是锐角.

又 $a<b$，所以 $A<B$，所以 A 是锐角．(6 分)

因为 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{1}{2}$.

所以 $\cos C=\cos(\pi-A-B)=-\cos(A+B)=\sin A\sin B-\cos A\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{7}=\frac{11}{14}>0$，所以 C 是锐角.

综上，△ABC 不是钝角三角形．(10 分)

18. 解：(1) 设等比数列$\{a_n\}$的公比为 $q(q\neq 0)$，

(解法 1)因为 S_1，S_3，S_2 成等差数列，所以 $2S_3=S_1+S_2$，

所以 $2(a_1+a_2+a_3)=a_1+(a_1+a_2)$，

所以 $a_2+2a_3=a_2+2a_2q=0$.(2 分)

因为 $a_2\neq 0$，所以 $q=-\frac{1}{2}$，

所以$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=(-\frac{1}{2})^{n-1}$.(4 分)

(解法 2)因为 S_1，S_3，S_2 成等差数列，所以 $2S_3=S_1+S_2$.

当 $q=1$ 时，$2S_3\neq S_1+S_2$，所以 $q\neq 1$.

所以$\frac{2a_1(1-q^3)}{1-q}=a_1+\frac{a_1(1-q^2)}{1-q}$，(2 分)

解得 $q=-\frac{1}{2}$或 $q=0$(舍去)，所以$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=(-\frac{1}{2})^{n-1}$.(4 分)

(2) 由(1)得 $S_n=1\times\frac{1-(-\frac{1}{2})^n}{1-(-\frac{1}{2})}=\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]$.

由 $S_n\leqslant 3a_n$，得$\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]\leqslant 3(-\frac{1}{2})^{n-1}$，

即$(-\frac{1}{2})^{n-1}\geqslant\frac{1}{4}$.(8 分)

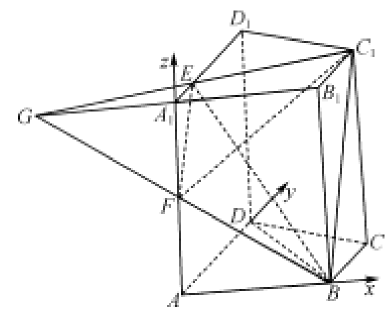
当 n 为偶数时，$(-\frac{1}{2})^{n-1}=-(\frac{1}{2})^{n-1}<0$，舍去.

当 n 为奇数时，$(-\frac{1}{2})^{n-1}=(\frac{1}{2})^{n-1}\geqslant\frac{1}{4}$，

所以 $n-1\leqslant 2$，即 $n\leqslant 3$.

所以使 $S_n\leqslant 3a_n$ 成立的 n 的最大值是 3.(12 分)

19. (1) 证明：在直四棱柱 $ABCDA_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1\perp$平面 $ABCD$，



所以 $AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AD$.

又 $AD\perp AB$，所以以$\{\overrightarrow{AB}，\overrightarrow{AD}，AA_1\}$为一组基底建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$.

因为 $AD\,/\!/\,BC$，$AA_1=AD=2BC=2$，$AB=\sqrt{2}$，

所以 $A(0，0，0)$，$B(\sqrt{2}，0，0)$，$D(0，2，0)$，$C_1(\sqrt{2}，1，2)$.(2 分)

设 $F(0,0,h)$，则$\overrightarrow{BD}=(-\sqrt{2},2,0)$，$C_1F=(-\sqrt{2},-1,h-2)$，

所以$\overrightarrow{BD}\cdot C_1F=(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})+2\times(-1)+0\times(h-2)=0$，

所以$\overrightarrow{BD}\perp C_1F$，所以 $BD\perp C_1F$.(4 分)

(2) 解：由(1)，设 $E(0,m,2)(0\leqslant m\leqslant 2)$，

则$\overrightarrow{BE}=(-\sqrt{2},m,2)$.

设 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 θ，由平面 $ABCD$ 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$，

得 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{BE},\boldsymbol{n}\rangle|=\dfrac{2}{\sqrt{6+m^2}}=\dfrac{4}{5}$，解得 $m=\dfrac{1}{2}$，

所以 E 是棱 A_1D_1 的一个四等分点(靠近点 A_1).(8 分)

如图，在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内，连接 C_1E 并延长，交 B_1A_1 的延长线于点 G，连接 BG 交 AA_1 于点 F.

因为 $A_1E\parallel B_1C_1$，$A_1E=\dfrac{1}{2}B_1C_1$.所以 $A_1G=A_1B_1$.

又 $A_1B_1=AB$，$A_1G\parallel AB$，所以 F 为 AA_1 的中点．(12 分)

20. (1) 解：因为点 $M_3(-2,-\dfrac{\sqrt{3}}{3})$，$M_4(2,\dfrac{\sqrt{3}}{3})$关于原点对称，所以 M_3，M_4 均在 C 上.

又$\dfrac{16}{a^2}-\dfrac{2}{9b^2}>\dfrac{4}{a^2}-\dfrac{1}{3b^2}=1$，所以点 M_1 不在 C 上.

所以 M_2，M_3，M_4 在 C 上．(2 分)

所以$\begin{cases}\dfrac{9}{a^2}-\dfrac{2}{b^2}=1,\\ \dfrac{4}{a^2}-\dfrac{1}{3b^2}=1,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a^2=3,\\ b^2=1,\end{cases}$ 所以双曲线 C 的方程为$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$.(4 分)

(2) 证明：① 当 l 与 x 轴不重合时，设 l：$x=ty+3$.

由$\begin{cases}x=ty+3,\\ \dfrac{x^2}{3}-y^2=1,\end{cases}$ 消 x 得$(t^2-3)y^2+6ty+6=0$.

所以$\begin{cases}t^2-3\neq 0,\\ \Delta=(6t)^2-24(t^2-3)>0,\end{cases}$ 即 $t^2\neq 3$.

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，则 $A(1,y_1)$，

$y_1+y_2=-\dfrac{6t}{t^2-3}$，$y_1y_2=\dfrac{6}{t^2-3}$，(7 分)

直线 AQ 的方程为 $y-y_1=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-1}(x-1)$，即 $y=\dfrac{y_2-y_1}{ty_2+2}[(x-1)+\dfrac{y_1(ty_2+2)}{y_2-y_1}]$.

因为$\dfrac{y_1(ty_2+2)}{y_2-y_1}=\dfrac{ty_1y_2+2y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{t\dfrac{6}{t^2-3}+2y_1}{-\dfrac{6t}{t^2-3}-2y_1}=-1$，

所以直线 AQ 的方程为 $y=\dfrac{y_2-y_1}{ty_2+2}(x-2)$，

所以直线 AQ 过定点(2，0).(11 分)

② 当 l 与 x 轴重合时，直线 AQ 过定点(2，0).

综上，直线 AQ 过定点(2，0).(12 分)

21. 解：(1) 设“恰好在第二次射击后击落飞机”为事件 A，分两种情况：

① 第一次命中Ⅱ或Ⅲ部分，第二次命中Ⅰ部分的概率为$(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2})\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{36}$；

② 两次恰好都命中Ⅱ部分的概率为$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$，

所以 $P(A)=\dfrac{5}{36}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{1}{4}$.(4 分)

(2) X 所有可能的取值为 1，2，3，4.(6 分)

根据已知，得 $P(X=1)=\dfrac{1}{6}$，

$P(X=2)=\dfrac{1}{4}$，

$P(X=3)=1-P(X=1)-P(X=2)-P(X=4)=1-\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{3}$，

$P(X=4)=C_3^1\ \dfrac{1}{3}\times(\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{1}{4}$.

所以 X 的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$

(10 分)

X 的数学期望 $E(X)=1\times\dfrac{1}{6}+2\times\dfrac{1}{4}+3\times\dfrac{1}{3}+4\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{8}{3}$.(12 分)

22. (1) 解：$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=-\dfrac{a}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-a}{x^2}$.

① 当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$；(2 分)

② 当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $x>a$；由 $f'(x)<0$，得 $0<x<a$.

所以当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

当 $a>0$ 时，$f(x)$在$(0,a)$上单调递减，在$(a,+\infty)$上单调递增．(4 分)

(2) 证明：由(1)，不妨设 $0<x_1<a<x_2$.先证 $x_1x_2>a^2$.

设 $F(x)=f(x)-f(\frac{a^2}{x})(0<x<a)$，

则 $F'(x)=f'(x)+\frac{a^2}{x^2}f'(\frac{a^2}{x})=-\frac{(x-a)^2}{ax^2}<0$，所以 $F(x)$在$(0，a)$上单调递减．(6 分)

因为 $0<x_1<a$，所以 $F(x_1)>F(a)=0$，所以 $f(\frac{a^2}{x_1})<f(x_1)=f(x_2)$.

又$\frac{a^2}{x_1}$，$x_2\in(a，+\infty)$，

由(1)得$\frac{a^2}{x_1}<x_2$，即 $x_1x_2>a^2$，得证．(8 分)

再证 $x_1x_2<ae$.

(证法 1)由(1)知，a 是 $f(x)$唯一极小值点，所以 $f(x)_{\min}=f(a)=\ln a+1$.

因为 $f(x_1)=f(x_2)=2$，所以 $\ln a+1<2$，即 $0<a<e$，所以 $x_1<e$.

要证 $x_1x_2<ae$，即证$\frac{ae}{x_1}>x_2$，

又$\frac{ae}{x_1}$，$x_2>a$，$f(x)$在$(a，+\infty)$上单调递增，

所以只要证 $f(\frac{ae}{x_1})>f(x_2)=2$，即证$\frac{x_1}{e}+\ln\frac{a}{x_1}-1>0$.

因为$\frac{a}{x_1}+\ln x_1=2$，所以$\frac{a}{x_1}=2-\ln x_1$，所以 $\ln\frac{a}{x_1}=\ln a-\ln x_1=\ln(2-\ln x_1)$，

所以即证$\frac{x_1}{e}+\ln(2-\ln x_1)-1>0$.(10 分)

设 $g(x)=\frac{x}{e}+\ln(2-\ln x)-1(0<x<e)$，则 $g'(x)=\frac{1}{e}+\frac{1}{x(\ln x-2)}$.

设 $h(x)=x(\ln x-2)(0<x<e)$，则 $h'(x)=\ln x-1<0$，所以 $h(x)$在$(0，e)$上单调递减，

所以$-e=h(e)<h(x)<0$，所以 $g'(x)=\frac{1}{e}+\frac{1}{h(x)}<\frac{1}{e}-\frac{1}{e}=0$，

所以 $g(x)$在$(0，e)$上单调递减，所以 $g(x)>g(e)=0$，即$\frac{x}{e}+\ln(2-\ln x)-1>0$，

所以$\frac{x_1}{e}+\ln(2-\ln x_1)-1>0$，得证．(12 分)

(证法 2)由(1)知，a 是 $f(x)$唯一极小值点，

所以 $f(x)_{\min}=f(a)=\ln a+1$.

因为 $f(x_1)=f(x_2)=2$，所以 $\ln a+1<2$，即 $0<a<e$，所以 $x_1<e$.

要证 $x_1x_2<ae$，即证$\frac{ae}{x_1}>x_2$，又$\frac{ae}{x_1}$，$x_2>a$，$f(x)$在$(a，+\infty)$上单调递增，

所以只要证 $f(\frac{ae}{x_1})>f(x_2)=2$，即证$\frac{x_1}{e}+\ln\frac{a}{x_1}-1>0$.

令$\frac{a}{x_1}=t(t>1)$，由 $f(x_1)=2$，得 $x_1=e^{2-t}$，

故只要证 $e^{1-t}+\ln t-1>0$　(*).(10 分)

设 $h(x)=e^{1-x}+\ln x-1(x>1)$，则 $h'(x)=-e^{1-x}+\frac{1}{x}=\frac{e^{x-1}-x}{xe^{x-1}}$.

设 $\varphi(x)=e^{x-1}-x(x>1)$，则 $\varphi'(x)=e^{x-1}-1>0$，

所以 $\varphi(x)$在$(1，+\infty)$上单调递增，所以 $\varphi(x)>\varphi(1)=0$，

所以 $h'(x)>0$，$h(x)$在$(1，+\infty)$上单调递增，所以 $h(x)>h(1)=0$.

所以(*)成立，从而 $x_1x_2<ae$ 得证．(12 分)