**湖南省2022届高三六校联考试题**

**数 学**

由

岳阳市一中 长沙市一中 常德市一中

湖南师大附中 湘潭市一中 株洲市二中

联合命题

**注意事项：**

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．已知i为虚数单位，复数满足，则等于（ ）

A． B． C． D．

2．集合，，则（ ）

A． B． C． D．

3．一个圆柱的侧面展开图是一个面积为的正方形，则这个圆柱的体积为（ ）

A． B． C． D．

4．意大利著名天文学家伽利略曾错误地猜测链条自然下垂时的形状是抛物线．直到1690年，雅各布·伯努利正式提出该问题为“悬链线”问题并向数学界征求答案．1691年他的弟弟约翰·伯努利和菜布尼兹、惠更斯三人各自都得到了正确答案，给出悬链线的数学表达式为双曲余弦型函数：（e为自然对数的底数）．当*a=*2时，记，，，则*p*，*m*，*n*的大小关系为（ ）



A． B． C． D．

5．将函数的图象向右平移（）个单位长度后得到的图象．若在（，）上单调递增，则的取值范围为（ ）

A． B． C． D．

6．产品质量检验按过程，主要包括进货检验（IQC），生产过程检验（IPQC），出货检验（OQC）．已知某产品IQC单独通过率为，IPQC单独通过率为*p*（），规定上一类检验不通过则不进入下一类检验，未通过可修复后再检验一次（修复后无需从头检验，通过率不变且每类检验最多两次），且各类检验间相互独立。若该产品能进入OQC的概率为，则*p=*（ ）

A． B． C． D．

7．已知双曲线C：（，）的右焦点F（，0），点Q是双曲线C的左支上一动点，圆E：与*y*轴的一个交点为P，若，则双曲线C的离心率的最大值为（ ）

A． B． C． D．

8．已知，，则（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。**

9．若实数*a*，*b*，*c*满足，，则（ ）

A． B．

C． D．

10．设，分别为随机事件A，B的对立事件，已知，，则下列说法正确的是（ ）

A．

B．

C．若A，B是相互独立事件，则

D．若A，B是互斥事件，则

11．已知椭圆C：上有一点P，F1，F2分别为其左、右焦点，∠F1PF2*=θ*，△F1PF2的面积为S，则下列说法正确的是（ ）

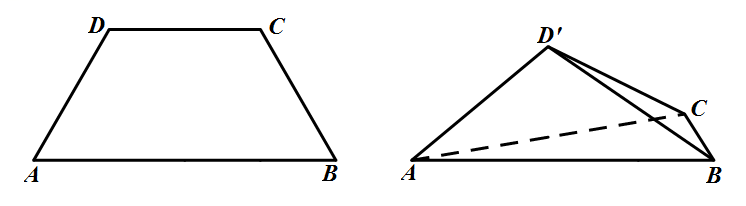
A．△F1PF2的周长为

B．角*θ*的最大值为90°

C．若S*=*，则相应的点P共有2个

D．若△F1PF2是钝角三角形，则S的取值范围是（0，）

12．如图，在等腰梯形ABCD中，AB=2AD=2BC=2CD=4．现将△DAC沿对角线AC所在的直线翻折成△D'AC，记二面角D'−AC−B的大小为α（0＜α＜），则（ ）



A．存在α，使得D'A⊥BC

B．存在α，使得D'A⊥平面D'BC

C．存在α，使得三棱锥D'−ABC的体积为

D．存在，使得三棱锥D'−ABC的外接球的表面积为

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．已知，，则的值为 ．

14．已知向量（2，1），（1，*k*）（），若，则非零实数*k=* ．

15．已知数列满足，其前*n*项和为，且，则的最大值为 ．

16．已知函数（，e为自然对数的底数，*e=*2.71828…）．当*a=*1时，函数在点P（1，）处的切线方程为 ；若，，则实数*a*的最大值为 ．（第1空2分，第2空3分）

**四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（本小题满分10分）

为了巩固拓展脱贫攻坚的成果，振兴乡村经济，某知名电商平台决定为脱贫乡村的特色水果开设直播带货专场．该特色水果的热卖黄金时段为2021年7月10日至9月10日，为了解直播的效果和关注度，该电商平台统计了已直播的2021年7月10日至7月14日时段中的相关数据，这5天的第*x*天到该电商平台专营店购物的人数*y*（单位：万人）的数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 7月10日 | 7月11日 | 7月12日 | 7月13日 | 7月14日 |
| 第*x*天 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 人数*y*（单位：万人） | 75 | 84 | 93 | 98 | 100 |

（1）依据表中的统计数据，请判断该电商平台的第*x*天与到该电商平台专营店购物的人数*y*（单位：万人）是否具有较高的线性相关程度？（参考：若，则线性相关程度一般，若，则线性相关程度较高，计算*r*时精确度为0.01）

（2）求购买人数*y*与直播的第*x*天的线性回归方程；用样本估计总体，请预测从2021年7月10日起的第38天到该专营店购物的人数（单位：万人）．

参考数据：，，．

附：相关系数，回归直线方程的斜率，截距．

18．（本小题满分12分）

在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为*a*，*b*，*c*，已知．

（1）求角B的大小；

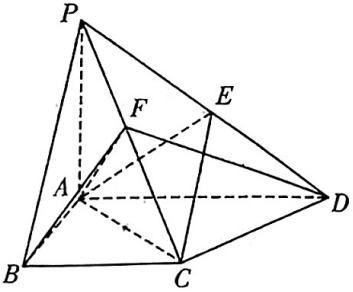
（2）若*a=*5，*c=*2，D为边BC的中点，求cos∠ADC的值．

19．（本小题满分12分）

如图所示四棱锥P−ABCD中，PA⊥底面ABCD，四边形ABCD中，AB⊥AD，BC∥AD，PA=AB=BC=2，AD=4，E为棱PD的中点，F为棱PC上的动点（不含端点C）．

（1）当F为棱PC的中点时，求证：BF∥平面ACE；

（2）求二面角D−AF−C的范围．



20．（本小题满分12分）

已知等差数列的前*n*项和为，且，．数列的前*n*项和为，且，（）．

（1）求数列，的通项公式；

（2）设数列满足对任意的，均有成立，求数列的前*n*项和．

21．（本小题满分12分）

已知抛物线C：（）的焦点为F，过点F的直线交抛物线C于P，Q两点，且直线PQ垂直于*x*轴，O为坐标原点，△OPQ的面积为2．

（1）求抛物线C的方程；

（2）圆D与抛物线C交于A，M，B，N四点（A，M，B，N四点依逆时针顺序排列），若，（，），，求直线AB的方程．

22．（本小题满分12分）

已知函数（）．

（1）若*a=*1，讨论的单调性；

（2）若函数存在两个极小值点，，求实数*a*的取值范围；

（3）当时，设，求证：．

