圆锥曲线中的最值与范围问题

**一、热身练习：**

1、已知抛物线方程为*y*2=4*x*，直线*l*的方程为*x*-*y*+*4*=0，在抛物线上有一动点P到*y*轴的距离为*d*1，P到直线*l*的距离为*d*2，在*d*1 + *d*2的最小值为 .

2、已知是椭圆内的两个点,是椭圆上的动点,则的最大值为 ．的最小值为 ．，17

3、已知*F*1、*F*2是椭圆＋*y*2＝1的左、右焦点，点P在椭圆上运动，则*·*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

1

4、若点O、F分别为椭圆的中心和左焦点，点P为椭圆上的任一点，则的最大值为 。6

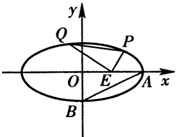
5、设P是椭圆上一点，M、N分别是两圆和上的点，则**|**PM**|**+**|**PN**|**的最小值为 .4

**二、典例研究：**

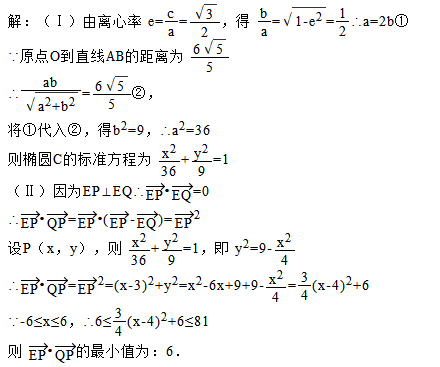
例一、已知中心在原点O,焦点在*x*轴上的椭圆C的离心率为,点A,B分别是椭圆C的长轴、短轴的端点,点O到直线AB的距离为.

(1)求椭圆C的标准方程；

(2)已知点E（3,0）,设点P、Q是椭圆C上的两个动点,满足EP⊥EQ；求的取值范围.



变式：E（3,0）呢？

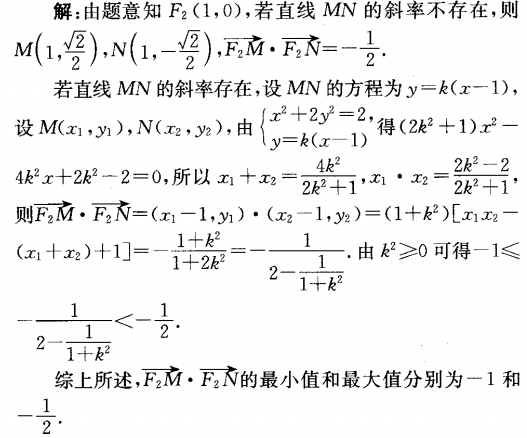


例二、已知椭圆，F1 、F2分别是椭圆的左、右焦点，直线*l*与椭圆交于M、N两点.

（1）求△F1MN的周长的最大值；

（2）若直线*l*过点F2，求的最小值和最大值。

（1）.

（2）

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！例三、已知椭圆的离心率为，以原点为圆心，椭圆的短半轴长为半径的圆与直线相切．是椭圆的右顶点与上顶点，直线与椭圆相交于两点．

（1）求椭圆的方程；

（2）当四边形面积取最大值时，求的值．

解：（1）；

（2）设，其中，

将代入椭圆的方程整理得：，

故．①

又点到直线的距离分别为，

．



所以四边形的面积为



，

当，即当时，上式取等号．

所以当四边形面积的最大值时，=2.

**三、巩固训练：**

1、已知双曲线：的右焦点为,是双曲线的左支上一点,,则△周长最小值为 ．

【解析】周长最小,即最小,设左焦点为,由双曲线的定义可得学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,而的最小值为,的最小值为,故填.

2、定点，动点分别在抛物线及椭圆围成的封闭区域上运动，且轴，则的周长的取值范围是 .

解析：，

所以周长，又

3、抛物线的焦点为,点为该抛物线上的动点,又已知点,则的取值范围是 .

【解析】由抛物线的定义可得,又,

,

当时,；当时,,

,当且仅当即时取等号,于是,

,学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,

综上所述的取值范围是.

4、已知A为椭圆上的动点，MN为圆C：的一条直径，则的最大值为 。15

5、已知P点在圆上移动，Q点在椭圆上移动，则**|**PQ**|**的最大值是 . 

6、已知椭圆C：学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的两焦点与短轴的一个端点的连线构成等腰直角三角形,直线与以椭圆C的右焦点为圆心,以椭圆的长半轴长为半径的圆相切.

（1）求椭圆的方程.

（2）设为椭圆上一点,若过点的直线与椭圆相交于不同的两点和,且满足(O为坐标原点),求实数的取值范围.

【解析】（1）由题意：以椭圆C的右焦点为圆心,以椭圆的长半轴长为半径的圆的方程为,

∴圆心到直线的距离学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！\*

∵椭圆学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的两焦点与短轴的一个端点的连线构成等腰直角三角形, b=c, 代入\*式得 ∴学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

故所求椭圆方程为学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

（Ⅱ）由题意知直线的斜率存在,设直线方程为,设

将直线方程代入椭圆方程得：

∴，∴

设,则………………8分

当k=0时,直线l的方程为y=0,此时t=0,成立,故,t=0符合题意.

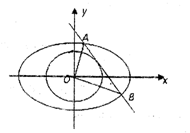
当时

得；

∴ ，

将上式代入椭圆方程得：，整理得：，

由知，所以

7、已知椭圆,的离心率,且过点.

(Ⅰ）求椭圆的方程；

(Ⅱ)设与圆相切的直线交椭圆与,两点,

求面积的最大值及取得最大值时直线的方程.

【解析】（1）由题意可得： ；

（2）①当不存在时,,

②当不存在时,设直线为,

,,,





（当且仅当,即时等号成立）

,

面积的最大值为,此时直线方程.