

东北育才学校 福州一中 广东实验中学 湖南师大附中

华师一附中 南京师大附中 石家庄二中 西南大学附中

**T8联考**

**八校**

**2022届高三第一次联考**

**数学 试题**

试卷满分150分 考试用时120分钟

**注意事项：**

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．“”是“”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

2．已知，则复数*z*在复平面内对应的点位于（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

3．设***a***，***b***为非零向量，λ，，则下列命题为真命题的是（ ）

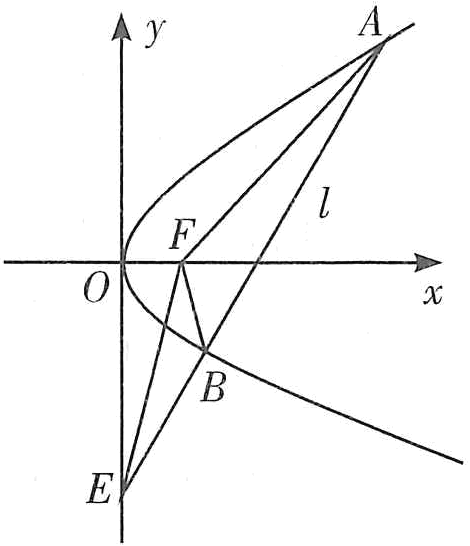
A．若，则 B．若，则

C．若，则 D．若，则

4．已知函数的图象与函数的图象关于直线对称，为奇函数，且当时，，则（ ）

A． B． C．5 D．6

5．如图，抛物线C：的焦点为F，直线*l*与C相交于A，B两点，*l*与*y*轴相交于E点．已知，，记△AEF的面积为S1，△BEF的面积为S2，则（ ）

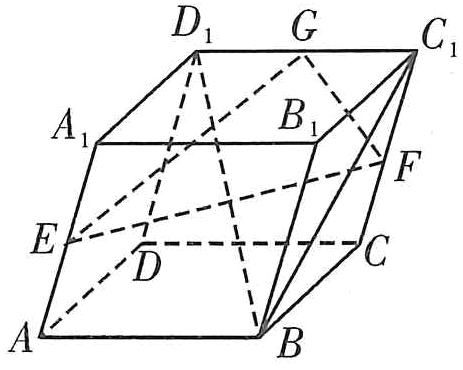


A．S1=2S2 B．2S1=3S2 C．S1=3S2 D．3S1=4S2

6．已知，则的值为（ ）

A． B． C． D．

7．如图，已知四棱柱ABCD−A1B1C1D1，的底面为平行四边形，E，F，G分别为棱AA1，CC1，C1D1的中点，则（ ）



A．直线BC1与平面EFG平行，直线BD1与平面EFG相交

B．直线BC1与平面EFG相交，直线BD1与平面EFG平行

C．直线BC1、BD1都与平面EFG平行

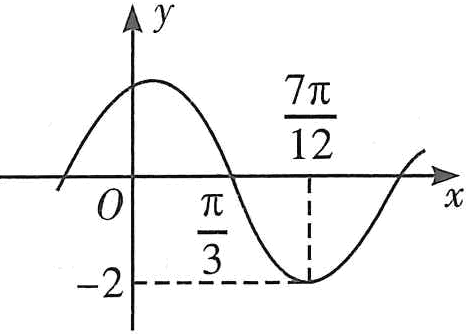
D．直线BC1、BD1都与平面EFG相交

8．设*a*，*b*都为正数，*e*为自然对数的底数，若，则（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

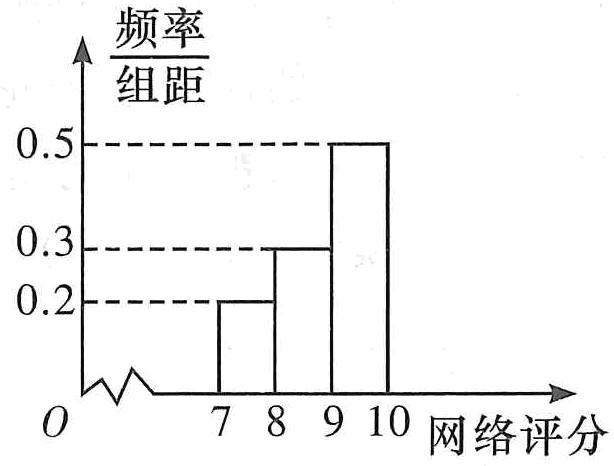
9．已知函数（，，）的部分图象如图所示，则（ ）



A．的最小正周期为 B．为偶函数

C．在区间内的最小值为1 D．的图象关于直线对称

10．某中学在学校艺术节举行“三独”比赛（独唱、独奏、独舞），由于疫情防控原因，比赛现场只有9名教师评委给每位参赛选手评分，全校4000名学生通过在线直播观看并网络评分，比赛评分采取10分制．某选手比赛后，现场9名教师原始评分中去掉一个最高分和一个最低分，得到7个有效评分如下表．对学生网络评分按[7，8），[8，9），[9，10]分成三组，其频率分布直方图如图所示．



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 教师评委 | А | B | C | D | E | F | G |
| 有效评分 | 9.6 | 9.1 | 9.4 | 8.9 | 9.2 | 9.3 | 9.5 |

则下列说法正确的是（ ）

A．现场教师评委7个有效评分与9个原始评分的中位数相同

B．估计全校有1200名学生的网络评分在区间[8，9）内

C．在去掉最高分和最低分之前，9名教师评委原始评分的极差一定大于0.7

D．从学生观众中随机抽取10人，用频率估计概率，X表示评分不小于9分的人数，则

11．设双曲线C：（，）的左、右焦点分别为F1，F2，点P在C的右支上，且不与C的顶点重合，则下列命题中正确的是（ ）

A．若，，则C的两条渐近线的方程是

B．若点P的坐标为（2，），则C的离心率大于3

C．若PF1⊥PF2，则△F1PF2的面积等于

D．若C为等轴双曲线，且，则

12．在矩形ABCD中，AB=2，AD=，沿对角线AC将矩形折成一个大小为的二面角B−AC−D，若，则（ ）

A．四面体ABCD外接球的表面积为 B．点B与点D之间的距离为

C．四面体ABCD的体积为 D．异面直线AC与BD所成的角为45°

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．设函数的图象在点（1，）处的切线为*l*，则直线*l*在*y*轴上的截距为 ．

14．已知的展开式中第3项为常数项，则这个展开式中各项系数的绝对值之和为 ．（用数字作答）

15．数列：1，1，2，3，5，8，13，21，34，…，称为斐波那契数列（Fibonacci sequence），该数列是由十三世纪意大利数学家莱昂纳多·斐波那契（Leonardo Fibonacci）以兔子繁殖为例子而引入，故又称为“兔子数列”．在数学上，斐波那契数列可表述为，（，）．设该数列的前*n*项和为S*n*，记，则 ．（用*m*表示）

16．在平面直角坐标系中，若正方形的四条边所在的直线分别经过点A（1，0），B（2，0），C（4，0），D（8，0），则这个正方形的面积可能为 或 ．（每条横线上只填写一个可能结果）

**四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

17．（本小题满分10分）

已知函数．

（1）设，求函数的单调递减区间；

（2）设△ABC的内角A，B，C所对的边分别为*a*，*b*，*c*，D为BC边的中点，若，，求线段AD的长的取值范围．

18．（本小题满分12分）

设等差数列的前*n*项和为S*n*，已知，．

（1）求数列的通项公式；

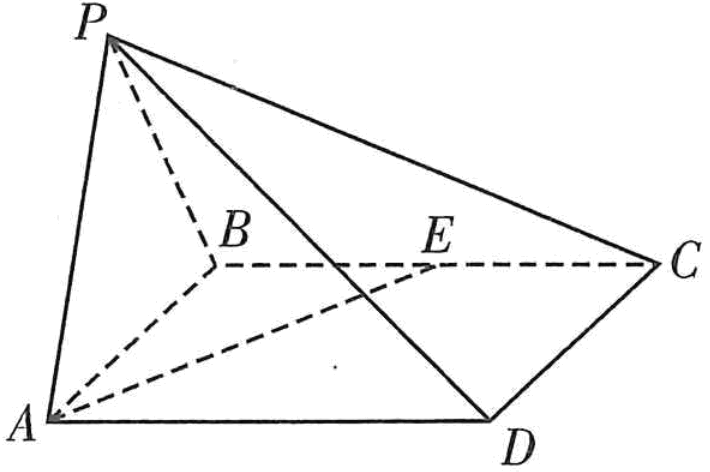
（2）设，数列的前*n*项和为，定义[*x*]为不超过*x*的最大整数，例如[0.3]=0，[1.5]=1．当时，求*n*的值．

19．（本小题满分12分）

如图，四棱锥P−ABCD的底面是正方形，平面PAB⊥平面ABCD，PB=AB，E为BC的中点．

（1）若∠PBA=60°，证明：AE⊥PD；

（2）求直线AE与平面PAD所成角的余弦值的取值范围．



20．（本小题满分12分）

设椭圆E：（），圆C：（），点F1，F2分别为E的左、右焦点，点C为圆心，O为原点，线段OC的垂直平分线为*l*．已知E的离心率为，点F1，F2关于直线*l*的对称点都在圆C上．

（1）求椭圆E的方程；

（2）设直线*l*与椭圆E相交于A，B两点，问：是否存在实数*m*，使直线AC与BC的斜率之和为？若存在，求实数*m*的值；若不存在，说明理由．

21．（本小题满分12分）

元旦将至，学校文学社拟举办“品诗词雅韵，看俊采星驰”的古诗词挑战赛．初赛阶段有个人晋级赛和团体对决赛：个人晋级赛为“信息连线”题，每位参赛者只有一次挑战机会。比赛规则为：电脑随机给出错乱排列的五句古诗词和五条相关的诗词背景（如诗词题名、诗词作者等），要求参赛者将它们一一配对，有三对或三对以上配对正确即可晋级。团体对决赛为“诗词问答”题，为了比赛的广泛性，要求以班级为单位，各班级团队的参赛人数不少于30人，且参赛人数为偶数．为了避免答题先后的干扰，当一个班级团队全体参赛者都答题完毕后，电脑会依次显示各人的答题是否正确，并按比赛规则裁定该班级团队是否挑战成功．参赛方式有如下两种，各班可自主选择其中之一参赛．

**方式一：**将班级团队选派的2*n*个人平均分成*n*组，每组2人．电脑随机分配给同一组两个人一道相同试题，两人同时独立答题，若这两人中至少有一人回答正确，则该小组闯关成功．若这*n*个小组都闯关成功，则该班级团队挑战成功．

**方式二：**将班级团队选派的2*n*个人平均分成2组，每组*n*人．电脑随机分配给同一组*n*个人一道相同试题，各人同时独立答题，若这*n*个人都回答正确，则该小组闯关成功．若这2个小组至少有一个小组闯关成功，则该班级团队挑战成功．

（1）甲同学参加个人晋级赛，他对电脑给出的五组信息有且只有一组能正确配对，其余四组都只能随机配对，求甲同学能晋级的概率；

（2）在团体对决赛中，假设你班每位参赛同学对给出的试题回答正确的概率均为常数*p*（），为使本班团队挑战成功的可能性更大，应选择哪种参赛方式？说明你的理由．

22．（本小题满分12分）

已知函数，其中*a*为非零常数．

（1）若函数在（0，）上单调递增，求*a*的取值范围；

（2）设，且，证明：当时，函数在（0，）上恰有两个极值点．

