仪征中学2018届高三（下）数学迎三模热身训练（3）

班级\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_\_\_\_

一、填空题：

1. 已知集合*A*＝{*x*|－1<*x*≤1}，集合*B*＝{－1，1，3}，则*A*∩*B*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

2. 函数*f*(*x*)＝sin(4*x*＋) 的最小正周期为\_\_\_\_\_\_\_\_．

*a*←1

*i*←2

While *i*≤6

*a*←*a*＋*i*

*i*←*i*＋1

End While

Print *a*

3. 已知(1＋)2＝*a*＋*bi*(*a*，*b*∈***R***，*i*为虚数单位)，则*a*＋*b*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

4. 根据如图所示的程序框图，输出*a*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

5. 从1，2，4，8这四个数中一次随机地取2个数，则所取2个数的乘积为8的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_．

6. 在平面直角坐标系*xOy*中，若双曲线－＝1(*m*>0)的离心率为，则该双曲线的两条渐近线的方程是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

7. 已知公差不为0的等差数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*.若*a*2，*a*5，*a*14成等比数列，*S*5＝，则*a*10＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

8. 若圆锥的底面直径和高都与一个球的直径相等，圆锥、球的表面积分别记为*S*1，*S*2，则的值是\_\_\_\_\_\_\_\_．

9. 若正实数*x*，*y*满足*x*2＋2*xy*－1＝0，则2*x*＋*y*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

10. 已知正六边形*ABCDEF*的边长为1，则·的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

11. 已知点*F*，*A*是椭圆*C*：＋＝1的左焦点和上顶点．若点*P*是椭圆*C*上一动点，则△*PAF*周长的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 已知函数*f*(*x*)＝*x*3＋*x*＋1，若对任意的*x*∈***R***，都有*f*(*x*2＋*a*)＋*f*(*ax*)>2，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

13. 在△*ABC*中，若*C*＝120°，tan *A*＝3tan *B*，sin *A*＝*λ*sin *B*，则实数*λ*＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

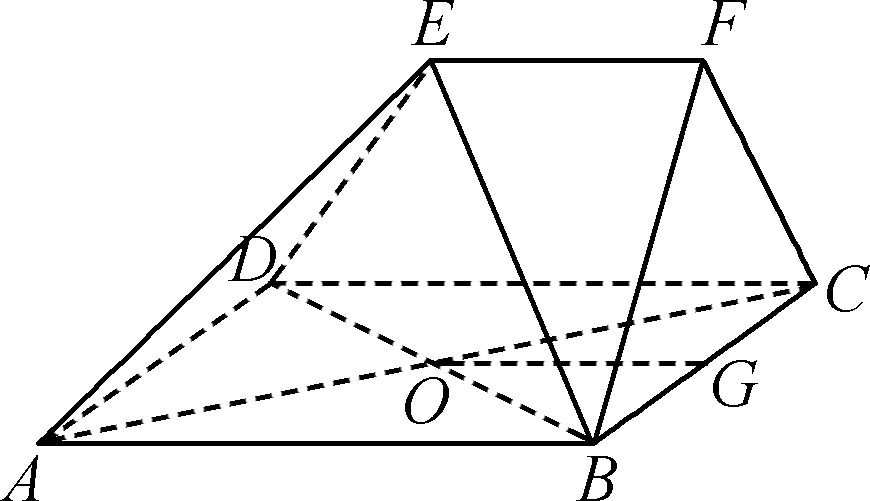
14. 若函数*f*(*x*)＝*ax*2＋(*a*2＋1)*x*－*a*(*a*>0)的一个零点为*x*0，则*x*0的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

二、解答题：

15. 已知向量******＝(1，*m*)，******＝(2，*n*)．

(1) 若*m*＝3，*n*＝－1，且******⊥(******＋*λ*******)，求实数*λ*的值； (2) 若***|***＋***|***＝5，求***·***的最大值．

16. 如图，在多面体*ABCDEF*中，四边形*ABCD*为菱形，*AC*，*BD*相交于点*O*，*EF*∥*AB*，*EF*＝*AB*，平面*BCF*⊥平面*ABCD*，*BF*＝*CF*，点*G*为*BC*的中点．

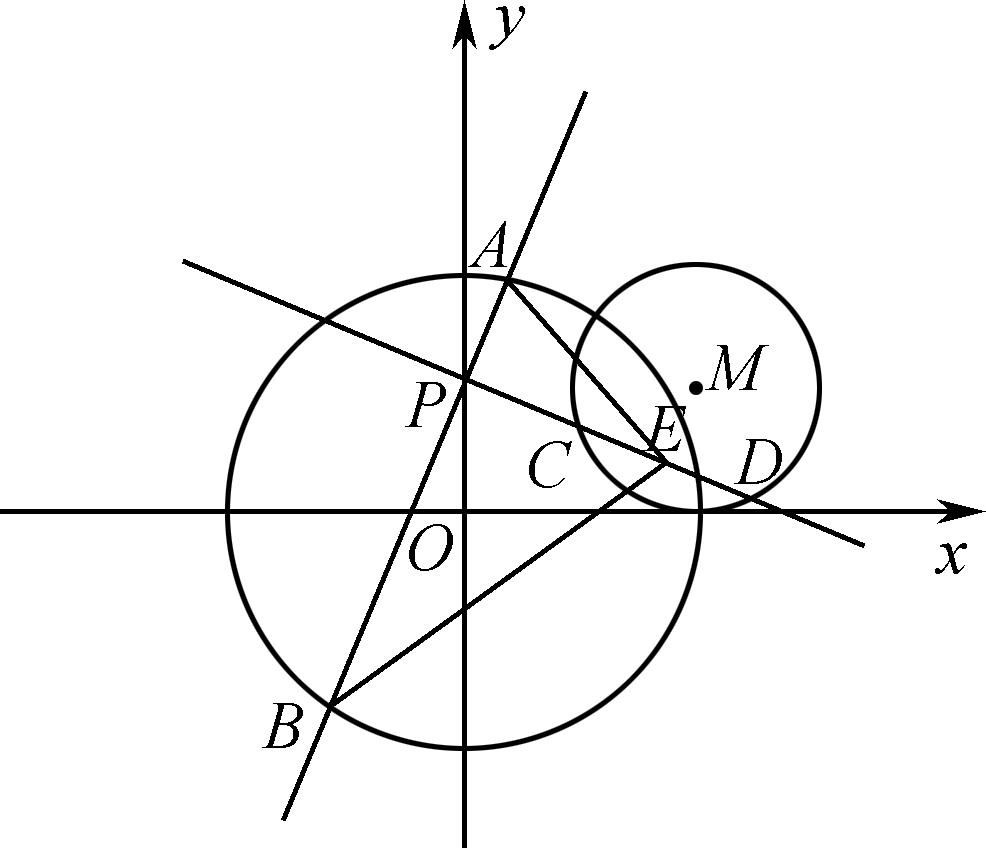
求证：(1) *OG*∥平面*ABE*； (2) *AC*⊥平面*BDE*.

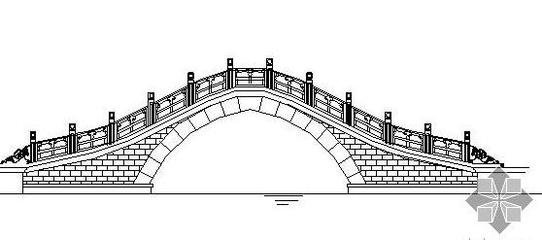
17. 在平面直角坐标系*xOy*中，过点*P*(0，1)且互相垂直的两条直线分别与圆*O*：*x*2＋*y*2＝4

交于点*A*，*B*，与圆*M*：(*x*－2)2＋(*y*－1)2＝1交于点*C*，D．

(1) 若*AB*＝，求*CD*的长；

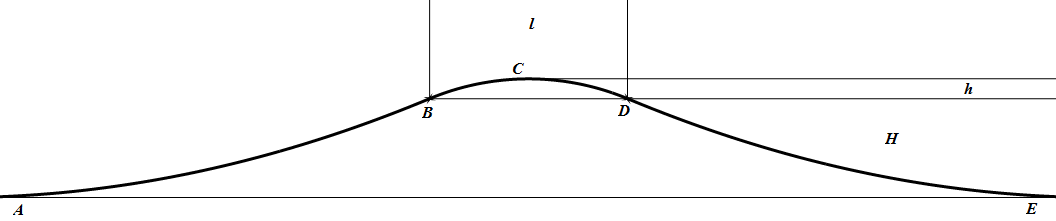
(2) 若*CD*的中点为*E*，求△*ABE*面积的取值范围．



18、如图是一座桥的截面图，桥的路面由三段曲线构成，曲线和曲线分别是顶点在路面、的抛物线的一部分，曲线是圆弧，已知它们在接点、处的切线相同，若桥的最高点到水平面的距离米，圆弧的弓高米，圆弧所对的弦长米.

（1）求弧所在圆的半径；

（2）求桥底的长.



三、附加题：

1、已知圆*C*：在矩阵对应的变换作用下变为椭圆，求*a*，*b*的值．

2、在平面直角坐标系中，已知定点*F*（1，0），点在轴上运动，点在轴上，点为平面内的动点，且满足，．

（1）求动点的轨迹的方程；

（2）设点是直线：上任意一点，过点作轨迹的两条切线，，切点分别为，，设切线，的斜率分别为，，直线的斜率为，求证：．



**答案与解析：**

**1.** {1}　解析：因为集合B中的元素只有1∈A，所以A∩B＝{1}．

**2.** 　解析：周期T＝＝＝.

**3.** －7　解析：∵ ＝－2i，∴ ＝(1－2i)2＝－3－4i，∴ a＝－3，b＝－4，a＋b＝－7.

**4.** 21　解析：本题的程序框图表示的是1＋2＋3＋4＋5＋6，所以输出的a的值为21.

**5.** 　解析：将随机选取2个数的所有情况“不重不漏”的列举出来：(1，2)，(1，4)，(1，8)，(2，4)，(2，8)，(4，8)，共6种情况，满足题目乘积为8的要求的是(1，8)和(2，4)，则概率为.

**6.** y＝±x　解析：在双曲线－＝1(m>0)中，a＝，b＝，所以c＝，其离心率为.由题意得＝，解得m＝1，所以其渐近线方程为y＝±x.

**7.** 19　解析：设等差数列{an}的公差为d(d≠0)，因为a2，a5，a14成等比数列，所以a＝a2a14，即(a1＋4d)2＝(a1＋d)(a1＋13d)．因为d≠0，所以d＝2a1.又S5＝a，所以所以a10＝a1＋9d＝19.

**8.** 　解析：设球的半径为r，则由已知得圆锥的底面半径也是r，高为2r，则其母线长为r，则圆锥的表面积S1＝πrl＋πr2＝(1＋)πr2，球的表面积S2＝4πr2，所以＝.

**9.** 　解析：因为x2＋2xy－1＝0，所以y＝.由x>0，y>0，得0<x<1，所以2x＋y＝2x＋＝＋≥，当且仅当x＝时取等号．

**10.** 　解析：·＝·＝·(＋)＝2＋·＝1＋1×1×cos60°＝.

**11.** 16　解析：由椭圆方程可知，a＝4，b＝2，c＝2，设椭圆的另一个焦点为F′，△PAF周长为AF＋PF＋PA＝4＋PF＋PA＝12＋PA－PF′≤12＋AF′＝16，当且仅当A，F′，P三点共线时取等号，即△PAF周长的最大值为16.

**12.** (0，4)　解析：令g(x)＝f(x)－1＝x3＋x，易得函数g(x)是奇函数，且是增函数．由f(x2＋a)＋f(ax)>2，得g(x2＋a)>－g(ax)＝g(－ax)，即x2＋a>－ax对任意的x∈**R**恒成立，所以a2－4a<0，即0<a<4.

**13.** 　解析：因为C＝120°，由余弦定理得c2＝a2＋b2＋ab　①.因为tan A＝3tan B，所以sin Acos B＝3sin Bcos A．由正弦定理得acos B＝3bcos A，再由余弦定理得a·＝3b·，即c2＝2a2－2b2　②.由①②可得a2－ab－3b2＝0，即2－－3＝0，所以＝.由正弦定理得sin A＝sin B，所以λ＝.

**14.** －1　解析：由题意得x0＝＝－＋，令t＝a＋.因为a>0，所以t≥2，设h(t)＝－t，则h′(t)＝<0，所以函数h(t)在[2，＋∞)上是减函数，所以hmax(t)＝h(2)＝2－2，即x0的最大值为－1.

**15.** 解：(1) 当m＝3，n＝－1时，***a***＝(1，3)，***b***＝(2，－1)，

故***a***＋λ***b***＝(1，3)＋λ(2，－1)＝(1＋2λ，3－λ)．(3分)

因为***a⊥***(***a***＋λ***b***)，所以***a·***(***a***＋λ***b***)＝0，

即(1＋2λ)＋3(3－λ)＝0，解得λ＝10.(7分)

(2) 因为***a***＝(1，m)，***b***＝(2，n)，所以***a***＋***b***＝(3，m＋n)．

因为|***a***＋***b***|＝5，

所以32＋(m＋n)2＝52，则(m＋n)2＝16，

所以***a·b***＝1×2＋mn≤2＋(m＋n)2＝2＋×16＝6, 当仅且当m＝n时取等号，

故当m＝n＝2或m＝n＝－2时，***a***·***b***的最大值为6.(14分)

**16.** 证明：(1) 因为四边形ABCD为菱形，对角线AC，BD交于点O，

所以点O为AC的中点．(2分)

因为点G为BC中点，所以OG ∥AB，OG＝AB.(4分)

因为AB⊂平面ABE，OG⊄平面ABE，

所以OG∥平面ABE.(6分)

(2) 连结EO，FG.

因为BF＝CF，点G为BC的中点，所以FG⊥BC.

因为平面BCF⊥平面ABCD，平面BCF∩平面ABCD＝BC，FG⊂平面BCF，

所以FG⊥平面ABCD.

因为AC⊂平面ABCD，所以FG⊥AC.(10分)

因为OG∥AB，EF∥AB，OG＝AB，EF＝AB，

所以OG∥EF，OG＝EF，

所以四边形OGFE为平行四边形，

所以OE∥FG，所以OE⊥AC.(12分)

因为四边形ABCD为菱形，所以AC⊥BD.

因为OE∩BD＝O，OE，BD⊂平面BDE，

所以AC⊥平面BDE.(14分)

**17.** 解：(1) 由题可知，直线AB斜率显然存在，设为k，则直线AB：y＝kx＋1.

因为O点到直线AB的距离d1＝，∴＋＝4，∴AB＝2.(3分)

由2＝得k2＝15.

因为直线AB与直线CD互相垂直，则直线CD：y＝－x＋1，∴M点到直线CD的距离d2＝，∴＝1－，CD＝2＝2＝.(6分)

(2) 当直线AB的斜率不存在时，△ABE的面积S＝×4×2＝4；

当直线AB的斜率存在时，设为k，则直线AB：y＝kx＋1，k≠0，直线CD：y＝－x＋1.

由<1得k2>3，(8分)

所以k∈(－∞，－)∪(，＋∞)．因为＋＝4，所以AB＝2.

因为E点到直线AB的距离即M点到直线AB的距离d＝＝，

所以△ABE的面积S＝AB·d＝2＝2.(12分)

令4＋＝t(4<t<5)，则S＝6＝6∈.

综上，△ABE面积的取值范围是.(16分)

[说明：求S＝2取值范围，还可以令k2＋1＝t>4，S＝2＝2∈]

18. 解：（1）设弧所在圆的半径为,由题意得,

即弧所在圆的半径为13米。……4分

（2）以线段所在直线为轴，线段的中垂线为轴，建立如图的平面直角坐标系。

米，米，弓高米，

，， ，设所在圆的方程为

则

弧的方程为 …………………6分

设曲线所在抛物线的方程为：，………………8分

点在曲线上 ➀ ……10分

又弧与曲线段在接点处的切线相同,且弧在点B处的切线的斜率为，

由得，，

 ➁……12分

由➀➁得 ，

桥底的长为58米………13分

答：（1）弧所在圆的半径为13米；

（2）桥底的长 58米。 （答和单位各1分）……………14分

附加1、**解**：设为圆*C*上的任意一点，在矩阵***A***对应的变换下变为另一个点，

则 ，即 又因为点在椭圆上，所以 ．由已知条件可知， ，所以 *a*2=9，*b*2=4．

因为 *a*>0 ，*b*>0，所以 *a*=3，*b*=2．

2、解（1）设点，，．由可知，点是的中点，

所以即所以点，．所以，． 由，可得，即．所以动点的轨迹的方程为．

（2）设点，由于过点的直线与轨迹：相切，

联立方程，整理得．则，

化简得．显然，，是关于的方程的两个根，所以．又，故．