



# 福昕PDF编辑器

• 永久 • 轻巧 • 自由

升级会员

批量购买



**永久使用**

无限制使用次数



**极速轻巧**

超低资源占用，告别卡顿慢



**自由编辑**

享受Word一样的编辑自由



扫一扫，关注公众号

# 仪征中学2018届高三（下）数学迎三模热身训练（1）

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

一. 填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分.

1. 设集合  $A = \{1, a\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则  $A \cap B = \{3\}$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

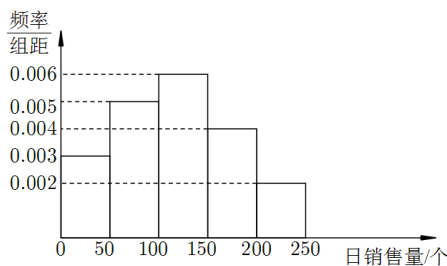
2. 已知复数  $z = \frac{1+2i}{1-i}$  (其中  $i$  为虚数单位), 则  $z$  的虚部是\_\_\_\_\_.

3. 根据如图所示的伪代码, 则输出的  $S$  值为\_\_\_\_\_.

```

I ← 2
S ← 0
While I < 13
    S ← S + I
    I ← I + 2
End While
Print S
    
```

(第3题)



(第5题)

4. 如图所示, 一面包销售店根据以往某种面包的销售记录, 绘制了日销售量的频率分布直方图. 若一个月以 30 天计算, 估计这家面包店一个月内销售量 100 个到 200 个的天数为\_\_\_\_\_.

5. 有一个质地均匀的正四面体木块 4 个面分别标有数字 1, 2, 3, 4. 将此木块在水平桌面上抛两次, 则两次看不到的数字都大于 2 的概率为\_\_\_\_\_.

6. 直线  $\sqrt{3}x - y = 0$  为双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 1)$  的一条渐近线, 则  $b$  的值为\_\_\_\_\_.

7. 若圆锥底面半径为 2, 高为  $\sqrt{5}$ , 其侧面积为\_\_\_\_\_.

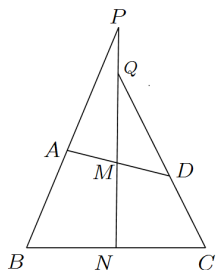
8. 已知  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = 3$ , 则  $\sin \theta \cos \theta - 3 \cos^2 \theta$  的值为\_\_\_\_\_.

9. 设数列  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_3 = 9$ ,  $S_{15} = 225$ ,  $B_n$  为数列  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  的前  $n$  项和, 则  $B_n =$ \_\_\_\_\_.

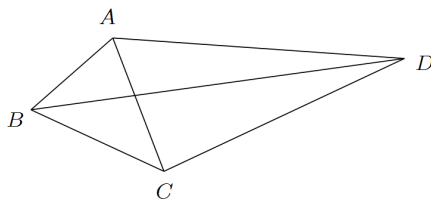
10. 已知函数  $f(x) = \frac{m}{3}x^3 - \left(m + \frac{1}{2}\right)x^2 + 2x + \frac{1}{2}$  的单调递增区间为  $\left(\frac{1}{m}, 2\right)$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

11. 已知实数  $a, b$  满足  $a + b = 4$ , 则  $\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{b^2 + 4}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

12. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = CD = 1$ , 点  $M, N$  分别是边  $AD, BC$  的中点, 延长  $BA$  和  $CD$  交  $NM$  的延长线于不同的两点  $P, Q$ , 则  $\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC})$  的值为\_\_\_\_\_.



(第12题)



(第14题)

13. 已知函数  $y = f(x)$  满足  $f(x) = f(3x)$ , 且当  $x \in [1, 3)$  时,  $f(x) = \ln x$ , 若在区间  $[1, 9)$  内, 函数  $g(x) = f(x) - ax$  有两个不同的零点, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在平面四边形  $ABCD$  中,  $AB = 1$ ,  $BC = \sqrt{3}$ ,  $AC \perp CD$ ,  $CD = \sqrt{3}AC$ , 则线段  $BD$  的最大值为\_\_\_\_\_.

二. 解答题：本大题共 6 小题，共计 90 分.

15. (本小题满分 14 分)

设  $\triangle ABC$  的内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，且  $a \sin B + \sqrt{3}b \cos A = \sqrt{3}c$ .

(1) 求角  $B$  的大小；

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ ， $b = \sqrt{43}$ ， $a > c$ ，求  $a, c$  的值.

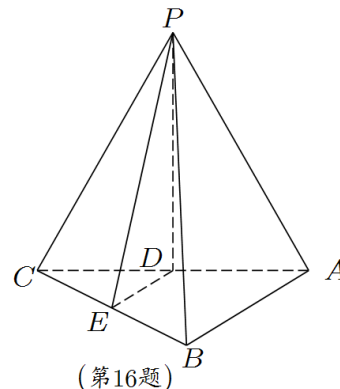
16. (本小题满分 14 分)

如图，在三棱锥柱  $P - ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $PA = PC$ ，平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ ， $D$  为  $AC$  的中点，平面  $PDE$  与  $BC$  交于点  $E$  且  $AB \parallel$  平面  $PDE$ .

求证：

(1)  $E$  是  $BC$  的中点；

(2) 平面  $PBC \perp$  平面  $PDE$ .

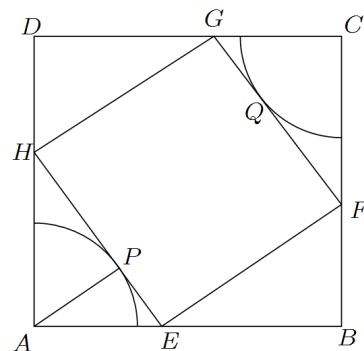


17. (本小题满分 14 分)

如图, 某学校有一边长为 40 米的正方形地块  $ABCD$ , 在以顶点  $A, C$  为圆心, 10 米为半径的四分之一圆内都种植了花卉. 现欲在中间规划一块四边形  $EFGH$  地块作为草坪,  $E, F, G, H$  四点在相应的边上, 其中边界  $EH, GF$  与相应的四分之一圆分别相切与点  $P, Q$ , 且  $EH \parallel GF$ , 地块其余部分留作它用, 记  $\angle PAE = \theta$ , 草坪  $EFGH$  的面积为  $S$ .

(1) 请把  $S$  表示成关于  $\theta$  的函数关系式;

(2) 求  $S$  的最小值.



(第17题)

18. (本小题满分 16 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的上顶点为  $A$ , 两个焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $\triangle AF_1F_2$  为等边三角形且周长为 6.

(1) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(2) 已知圆  $O: x^2 + y^2 = r^2$ , 若直线  $l$  与椭圆  $C$  只有一个公共点  $M$ , 且直线  $l$  与圆  $O$  相切与点  $N$ , 求  $MN$  长度的最大值.

一、填空题.

1. 3    2.  $\frac{3}{2}$     3. 42    4. 15    5.  $\frac{1}{4}$     6.  $\sqrt{3}$     7.  $6\pi$     8. -2    9.  $\frac{n^2+n}{2}$   
 10.  $(-\infty, 0)$     11. 5    12. 0    13.  $\left[0, \frac{\ln 3}{9}\right] \cup \left\{\frac{1}{3e}\right\} \cup \left(\frac{\ln 3}{3}, \frac{1}{e}\right)$     14.  $3\sqrt{3}$

二、解答题.

15. 解: (1) 由已知  $a\sin B + \sqrt{3}b\cos A = \sqrt{3}\sin C$ ,

由正弦定理得  $\sin A\sin B + \sqrt{3}\sin B\cos A = \sqrt{3}\sin C$ ,

所以  $\sin A\sin B + \sqrt{3}\sin B\cos A = \sqrt{3}\sin(A+B) = \sqrt{3}(\sin A\cos B + \sin B\cos A)$ ,

即  $\sin A\sin B = \sqrt{3}\sin A\cos B$ , 即  $\tan B = \sqrt{3}$ , 因为  $B \in (0, \pi)$ , 所以  $B = \frac{\pi}{3}$  .....7分

(2) 由  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac\sin B$ ,  $B = \frac{\pi}{3}$ , 得  $\frac{\sqrt{3}}{4}ac = \frac{7\sqrt{3}}{4}$ , 即  $ac = 7$ ,

又由余弦定理得  $b^2 = (a+c)^2 - 2ac - 2ac\cos B$ , 得  $(\sqrt{43})^2 = (a+c)^2 - 2ac - ac$ ,

所以  $\begin{cases} ac = 7 \\ a+c = 8 \end{cases}$ , 又  $a > c$ ,  $\therefore \begin{cases} a = 7 \\ c = 1 \end{cases}$  .....14分

16. 证明: (1) 因为  $AB \parallel$  平面  $PDE$

平面  $PDE \cap$  平面  $ABC$  于  $DE$

所以  $DE \parallel AB$

因为  $D$  为  $AC$  中点.

所以  $E$  是  $BC$  中点. ....7分

(2) 因为  $PA = PC$ ,  $D$  为  $AC$  中点, 所以  $PD \perp AC$ ,

又平面  $PAC \perp$  平面  $ABC$ , 平面  $PAC \cap$  平面  $ABC = AC$ ,

$PD \subset$  平面  $PAC$ , 故  $PD \perp$  平面  $ABC$ ,

因为  $BC \subset$  平面  $ABC$ , 所以  $PD \perp BC$ .

因为  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $DE \parallel AB$ , 因此  $DE \perp BC$ .

因为  $PD \perp BC$ ,  $DE \perp BC$ ,  $PD \cap DE = D$ ,  $PD, DE \subset$  平面  $PDE$ ,

所以  $BC \perp$  平面  $PDE$ , 又  $BC \subset$  平面  $PBC$ ,

所以平面  $PBC \perp$  平面  $PDE$ . ....14分

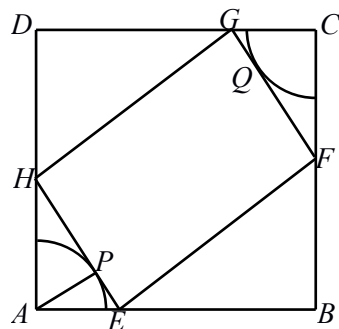


17. 解: (1) 由题意,  $\angle PAH = \frac{\pi}{2} - \theta$ ,

在  $\text{Rt}\triangle APE$  中,  $AE = \frac{AP}{\cos \angle PAE} = \frac{10}{\cos \theta}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle APH$  中,  $AH = \frac{AP}{\sin \angle PHA} = \frac{10}{\sin \theta}$ , .....2分

由对称性可知,  $BE = DG = 40 - AE = 40 - \frac{10}{\cos \theta}$ ,



$$DH=BF=40-AH=40-\frac{10}{\sin \theta}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{则 } S(\theta) &= S_{ABCD} - 2S_{\triangle HAE} - 2S_{\triangle BEF} \\ &= 40^2 - \frac{10}{\sin \theta} \frac{10}{\cos \theta} - \left(40 - \frac{10}{\cos \theta}\right) \left(40 - \frac{10}{\sin \theta}\right) \\ &= \frac{200[2(\sin \theta + \cos \theta) - 1]}{\sin \theta \cos \theta} \dots\dots\dots 6 \text{ 分} \end{aligned}$$

当点 H 位于点 D 时,  $\sin \theta = \frac{1}{4}$ , 则存在  $\theta_1 \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $\sin \theta_1 = \frac{1}{4}$ ,

当点 E 位于点 B 时,  $\sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$ , 则存在  $\theta_2 \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{15}}{4}$ , 且  $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$ ,

综上,  $S(\theta) = \frac{200[2(\sin \theta + \cos \theta) - 1]}{\sin \theta \cos \theta}$ ,  $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$  .....8 分

(2) 由 (1) 因为  $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$ , 则  $\theta \in \left[\theta_1 + \frac{\pi}{4}, \theta_2 + \frac{\pi}{4}\right]$ ,

$$\text{则 } \sin\left(\theta_1 + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\theta_2 + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \theta_1 \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta_1 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{4} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{15}}{4} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{30} + \sqrt{2}}{8}$$

$$\text{令 } t = 2(\sin \theta + \cos \theta) - 1 = 2\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - 1 \in \left[\frac{\sqrt{15}-1}{2}, 2\sqrt{2}-1\right],$$

$$\text{则 } \sin \theta \cos \theta = \frac{\left(\frac{t+1}{2}\right)^2 - 1}{2} = \frac{t^2 + 2t - 3}{8},$$

$$\text{则 } f(t) = \frac{200t}{\frac{t^2 + 2t - 3}{8}} = \frac{1600t}{t^2 + 2t - 3} = \frac{1600}{t - \frac{3}{t} + 2}, \quad t \in \left[\frac{\sqrt{15}-1}{2}, 2\sqrt{2}-1\right] \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

函数  $u(t) = t - \frac{3}{t} + 2$  在  $\left[\frac{\sqrt{15}-1}{2}, 2\sqrt{2}-1\right]$  单调增,

当  $t = 2\sqrt{2}-1$ , 即  $\theta = \frac{\pi}{4}$  时,  $u(t)$  取到最大值,  $f(t)$  即  $S(\theta)$  取到最小值  $400(2\sqrt{2}-1)$ .

答:  $S$  的最小值为  $400(2\sqrt{2}-1)$  平方米, 此时  $\theta = \frac{\pi}{4}$ . .....14 分

$$18. \text{ 解: (1) 由题设得 } \begin{cases} a = 2c \\ a + a + 2c = 6 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \quad \text{解得: } a = 2, b = \sqrt{3},$$

故  $C$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  .....4 分

(2) 直线  $l$  的斜率显然存在, 设直线  $l$  的方程为  $y = kx + t$

由直线  $l$  与圆  $O$  相切, 得  $r = \frac{|t|}{\sqrt{1+k^2}}$ ,  $t^2 = (1+k^2)r^2$  ①.....6 分

$$\text{由} \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = kx + t \end{cases} \Rightarrow (3+4k^2)x^2 + 8ktx + 4t^2 - 12 = 0,$$

由直线  $l$  与椭圆  $C$  相切, 所以  $\Delta = (8kt)^2 - 4(3+4k^2)(4t^2 - 12) = 0$ ,

得  $t^2 = 3 + 4k^2$  ②.....8 分

$$\text{所以 } x_M = -\frac{4kt}{3+4k^2} = -\frac{4k}{t} \text{ .....10 分}$$

由  $ON \perp MN$ , 可得

$$|MN|^2 = |OM|^2 - |ON|^2 = x_M^2 + y_M^2 - r^2 = \frac{1}{4}x_M^2 + 3 - r^2 = \frac{4k^2}{3+4k^2} + 3 - r^2 \text{ ③.....12 分}$$

$$\text{由①②} \Rightarrow k^2 = \frac{r^2-3}{4-r^2} \text{ ④. 将④代入③得 } |MN|^2 = 7 - r^2 - \frac{12}{r^2} \leq 7 - 4\sqrt{3}.$$

当且仅当  $r^2 = 2\sqrt{3} \in (3, 4)$  所以  $|MN| \leq 2 - \sqrt{3}$  .....16 分