高三数学第一次月考数学试卷答案

一、 1~8 AADD CBAA

二、 9、ABC 10、CD 11、ABD 12、ACD

三、填空题

13、$\frac{4}{3}$ 14、$\sqrt{21}$ 15 、1； -160； 16、$(\frac{\sqrt{3}}{8},\frac{\sqrt{3}}{2})$

四、解答题

17.解（1）因为向量$\overrightarrow{OA}=(1,2),\overrightarrow{OB}=(m,-2),\overrightarrow{OC}=(-3,1)$，

所以向量$\overrightarrow{AB}=(m-1,-4),\overrightarrow{AC}=(-4,-1)$，--------------------------------2 分

又因为$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，

所以$-4(m-1)+4=0$，--4 分

解得 $m=2$.---5 分

（2）由（1）知：$\overrightarrow{OA}=(1,2),\overrightarrow{OB}=(2,-2)$，-------------------------------6 分

设$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$所成的角为$\theta$

则$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|}$---8 分

$=\frac{1\times2-2\times2}{\sqrt{5}\times2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$---10 分

（没设向量所成的角的扣一分。若有答可以不扣分）

18、解（1）$(0.25+0.5+2a+1+1.75)\times0.2=1$，所以$a=0.75$，--------------------1 分

视力在 4.4 以下的频率为：$(0.5+0.75)\times0.2=0.25$，

视力在 4.6 以下的频率为：$(0.5+0.75+1.75)\times0.2=0.6$， -------------------------2 分

所以中位数在 4.4 至 4.6 之间，设中位数为x，

则$(x-4.4)\times1.75=0.5-0.25$，$x\approx4.54$，故中位数为 4.54．------------------------4 分

（2）因为K^2的观测值$k=\frac{100(42\times18-8\times32)^2}{50\times50\times74\times26}=\frac{2500}{481}\approx5.2>3.841$，--------------6 分

所以有 95%把握认为视力与学习成绩有关.---7 分

（3）视力在 4.8 以上的同学中，视力在 5.0 以上的同学所占的比例为：$\frac{0.25}{0.25+0.75}=\frac{1}{4}$----8 分

所以从全市视力在 4.8 以上的同学中随机抽取 4 名同学，这 4 名同学中有资格报该校该专业的人数为

$X\sim B\left(4,\frac{1}{4}\right)$，即 $P(X=k)=C_4^k\left(\frac{1}{4}\right)^k\left(\frac{3}{4}\right)^{4-k}$，$k=0,1,2,3,4$，-----------9 分

所以 $P\left(X=0\right)=\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256}$，

$P\left(X=1\right)=C_4^1\times\frac{1}{4}\times\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{108}{256}=\frac{27}{64}$，$P\left(X=2\right)=C_4^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{54}{256}=\frac{27}{128}$，

$P\left(X=3\right)=C_4^3\times\left(\frac{1}{4}\right)^3\times\frac{3}{4}=\frac{12}{256}=\frac{3}{64}$，$P\left(X=4\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^4=\frac{1}{256}$，

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{81}{256}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{128}$	$\frac{3}{64}$	$\frac{1}{256}$

--11 分

$E\left(X\right)=4\times\frac{1}{4}=1$.--12 分

19、解（1）由已知 $f(x)=x+\sqrt{2-x},g(x)=x^2-2mx+1$

设 $\sqrt{2-x}=t$，则可知 $t\geq 0$，即 $2-x=t^2$ ------------------------------------1 分

$\therefore f(x)=h(t)=-t^2+t+2=-(t-\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}(t\geq 0)$ -----------------------------3 分

所以可知 $A=(-\infty,\frac{9}{4}]$ ---4 分

$\because g(x)=x^2-2mx+1=(x-m)^2+1-m^2\geq 1-m^2$

$\therefore B=[1-m^2,+\infty)$ --6 分

（2）由（1）知 $C=A\cap B=[1-m^2,\frac{9}{4}]$ --7 分

$\because$ 集合 C 中有且只有三个整数，所以三个整数是 0，1，2 ----------------------8 分

所以可知 $-1<1-m^2\leq 0,$ --10 分

解得 $-\sqrt{2}<m\leq -1$ 或 $1\leq m<\sqrt{2}$ --12 分

20、解 (1)证明：根据正弦定理及 $b\cos C=a\cos^2 B+b\cos A\cos B$，

可得 sin Bcos C＝sin A $\cos^2 B$＋sin Bcos Acos B---1 分

＝cos B(sin Acos B＋sin Bcos A)＝cos Bsin(A＋B)，------------------------2 分

即 $\sin B\cos C=\cos B\sin C$.

所以 $\sin(B-C)=0$，--4 分

由 B，$C\in(0,\pi)$，得 $B-C\in(-\pi,\pi)$，--5 分

故 $B=C$，所以△ABC 是等腰三角形．---6 分

（没有第 5 分步骤者，即没说明 B-C 的范围的扣一分）

(2)由(1)知 $b=c$，则 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{2b^2-a^2}{2b^2}=\frac{7}{8}$ ———————————————7 分

得 $b=2a$.---8 分

△ABC 的周长为 $a+b+c=5a=5$，得 $a=1$，$b=c=2$.-------------------------------------- 10 分

故△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sqrt{1-(\frac{7}{8})^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ——————————————12 分

21、解 (1) 根据题意，$f(x)$ 是定义在 $[-3,3]$ 上的奇函数，

则 $f(0)=1+a=0$，得 $a=-1$.---1 分

经检验满足题意；

故 $a=-1$；——————————————————————————————————2 分

（直接用定义计算得 $a=-1$ 得 2 分。用答案方法计算，没有经检验的只得 1 分）

(2) 根据题意，当 $x\in[-3,0]$ 时，$f(x)=\frac{1}{4^x}+\frac{a}{3^x}=\frac{1}{4^x}-\frac{1}{3^x}$，———————————3 分

设 $x\in(0,3]$ 时，则 $-x\in[-3,0]$，$f(-x)=\frac{1}{4^{-x}}-\frac{1}{3^{-x}}=4^x-3^x$ ．—————————4 分

又 $f(x)$ 是奇函数，则 $f(x)=-f(-x)=3^x-4^x$ ．————————————————6 分

综上，当 $x\in(0,3]$ 时，$f(x)=3^x-4^x$；—————————————————————7 分

(3) 根据题意，若存在 $x\in[-2,-1]$，使得 $f(x)\le\frac{m}{2^x}-\frac{1}{3^{x-1}}$ 成立，

即 $\frac{1}{4^x}-\frac{1}{3^x}\le\frac{m}{2^x}-\frac{1}{3^{x-1}}$ 在 $x\in[-2,-1]$ 有解， ————————————————8 分

即 $\frac{m}{2^x}\ge\frac{1}{4^x}+\frac{2}{3^x}$ 在 $x\in[-2,-1]$ 有解．

又由 $2^x>0$，则 $m\ge\frac{1}{2^x}+2\cdot(\frac{2}{3})^x$ 在 $x\in[-2,-1]$ 有解．———————————————10 分

设 $g(x)=\frac{1}{2^x}+2\cdot(\frac{2}{3})^x$，分析可得 $g(x)$ 在 $x\in[-2,-1]$ 上单调递减，————————11 分

又由 $x\in[-2,-1]$ 时，$g(x)_{\max}=g(-2)=\frac{1}{2^{-2}}+2\cdot(\frac{2}{3})^{-2}=\frac{17}{2}$，

故$m\geq\frac{17}{2}$．

即实数 m 的取值范围是$\left[\frac{17}{2},+\infty\right)$．--12 分

22、解（1）由题意$\mu=54.8$，$\sigma=15.2$，$\mu+\sigma=70$，------------------------------2 分

所以$P(Z>70)=\frac{1}{2}[1-P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)]=\frac{1}{2}\times(1-0.6826)=0.1587=15.78\%$，

估计该省新冠肺炎患者年龄在 70 岁以上的患者比例为15.78%；------------------------4 分

（2）据题意每名密切接触者确诊的概率是$\frac{1}{10}$，--5 分

因为每名密切接触者是否确诊相互独立，

所以n个人中患者的人数X_n服从二项分布$X_n\sim B(n,\frac{1}{10})$．------------------------------6 分

设一组中有n个人时，化验次数为Y，则Y的所有可能取值为 1 或$n+1$，---------------7 分

且$P(Y=1)=\left(\frac{9}{10}\right)^n$，$P(Y=n+1)=1-\left(\frac{9}{10}\right)^n$，------------------------------------8 分

所以$E(Y)=1\cdot P(Y+1)+(n+1)\cdot P(Y=n+1)=\left(\frac{9}{10}\right)^n+(n+1)\left[1-\left(\frac{9}{10}\right)^n\right]=n+1-n\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^n$

--9 分

设 20 人的化验总次数为$f(n)$，则$f(n)=\frac{20}{n}\cdot E(Y)=20+\frac{20}{n}-20\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^n=20\left[1+\frac{1}{n}-\left(\frac{9}{10}\right)^n\right]$，

--10 分

所以$f(2)=20\left[1+\frac{1}{2}-\left(\frac{9}{10}\right)^2\right]=\frac{69}{5}=13.8$，

$f(4)=20\left[1+\frac{1}{4}-\left(\frac{9}{10}\right)^4\right]\approx20\times(1+0.25-0.66)=11.8$，

$f(5)=20\left[1+\frac{1}{5}-\left(\frac{9}{10}\right)^5\right]\approx20\times(1+0.2-0.59)=12.2$，

$f(10)=20\left[1+\frac{1}{10}-\left(\frac{9}{10}\right)^{10}\right]\approx20\times(1+0.1-0.35)=15$，

因为$f(4)<f(5)<f(2)<f(10)$，

所以使得 20 人的化验总次数最少的n的值为 4．--12 分