

# 基于总结性测评的初中统计教学之思考<sup>①</sup>

李 霞

(闽江师范高等专科学校 350001)

统计<sup>[1]</sup>是研究如何合理收集、整理、分析数据的学科,为人们制订决策方案提供依据.而概率是研究随机现象规律的学科,为人们认识世界提供思维模式和解决方法.统计学家 C. R. 劳先生提到:“在终极的分析中,一切知识都是历史;在抽象的意义下,一切科学都是数学;在理性的基础上,所有的判断都是统计学.”可见统计学的重要.无论是 2011 版的义务教育新课标,还是 2017 版高中新课标,概率统计的内容要求都在加强,但这个内容的教与学却不容乐观.我们发现一个怪现象:在中考测评中,学生不能准确地运用统计知识做好实际问题的决策判断.部分初中老师、学生对概率统计知识的储备还只是停留于一些统计量、统计图的意义.

## 1 从两道中考统计试题的作答情况谈起

**案例 1** (2017 年福建省中考试题第 23 题)自 2016 年国庆后,许多高校均投放了使用手机就可随取随用的共享单车.某运营商为提高其经营的 A 品牌共享单车的市场占有率,准备对收费作如下调整:一天中,同一个人第一次使用的车费按 0.5 元收取,每增加一次,当次车费就比上次车费减少 0.1 元,第 6 次开始,当次用车免费.下表 1 为累计车费与使用次数:

表 1 累计车费与使用次数

使用次数	0	1	2	3	4	5(含 5 次以上)
累计车费	0	0.5	0.9	$a$	$b$	1.5

同时,就此收费方案随机调查了某高校 100 名师生在一天中使用 A 品牌共享单车的意愿,得到表 2 数据:

表 2 某高校累计车费与使用次数

使用次数	0	1	2	3	4	5
人数	5	15	10	30	25	15

(I) 写出  $a, b$  值;

(II) 已知该校有 5 000 名师生,且 A 品牌共享单车投放该校一天的费用为 5 800 元.试估计:收费调整后,此运营商在该校投放 A 品牌共享单车能否获利?说明理由.

命题者以“共享单车”为问题情境,在知识领域上考查数据收集、加权平均数、样本估计总体等;能力立意上考查学生通过定量、定性分析统计中的数据,得出结果后对问题做出简单的判断和预测,考查学生用数据进行统计推断的思维及统计对决策作用的认识.

试题解答:

(I)  $a=1.2, b=1.4$ .

(II) 根据用车意愿调查结果,抽取的 100 名师生每人每天使用 A 品牌共享单车的平均车费为

$$\frac{1}{100} \times (0 \times 5 + 0.5 \times 15 + 0.9 \times 10 + 1.2 \times 30 + 1.4 \times 25 + 1.5 \times 15) = 1.1(\text{元}).$$

所以估计该校 5 000 名师生一天使用 A 品牌共享单车的总车费为  $5 000 \times 1.1 = 5 500(\text{元})$ .

因为  $5 500 < 5 800$ ,故收费调整后,此运营商在该校投放 A 品牌共享单车不能获利.

作答情况分析:下表 3 是某市学生解答该小题的成绩分布情况,从分布表可以看出,第二小问满分为 6 分,但学生得分为 2.91 分.难度值属于

<sup>①</sup> 本文系全国教育科学“十三五”规划 2017 年度教育部重点课题《核心素养视角下的中考数学命题模式研究》(DHAI70351)的研究成果.

中等难度,满分、零分各占三分之一左右.

表3 某市学生小题成绩分布情况

题目	满分比例	零分比例	平均分	得分率	难度值	标准差	区分度	参考人数
23 (II)	33.27%	37.35%	2.91	48.50%	0.48	2.67	0.83	60593

学生常见的典型错误,概括起来主要有以下几种情形:

(1)把统计问题当成代数问题解决

错解1:设获得 $y$ 元,运营 $x$ 天,

$$Y = \left[ (0 \times 5 + 0.5 \times 15 + 0.9 \times 10 + 1.2 \times 30 + 1.4 \times 25 + 1.5 \times 15) \times \frac{5000}{100} - 5800 \right] x$$

$$= -300x,$$

因为 $-300 < 0$ ,

所以无论多少天,都不能获利.

(2)样本估计总体的含义理解不透

错解2:100名师生总花费为

$$0 \times 5 + 0.5 \times 15 + 0.9 \times 10 + 1.2 \times 30 + 1.4 \times 25 + 1.5 \times 15 = 110(\text{元}),$$

因为100名师生占总人数百分比为 $\frac{100}{5000} = 2\%$ ,

所以 $5800 \times 2\% = 116(\text{元})$ .

因为 $116 > 110$ ,

所以无法获利.

(3)不理解的决策的意义

错解3:因为100名师生中有5名没有使用共享单车,

$$\text{所以 } \bar{x} = \frac{110}{95},$$

$$\text{所以 } w = 5000 \times 0.95 \times \frac{110}{95} = 5500(\text{元}).$$

**案例2** (2018年福建省中考A卷试题第22题)甲、乙两家快递公司揽件员(揽收快件的员工)的日工资方案如下:甲公司为“基本工资+揽件提成”,其中基本工资为70元/日,每揽收一件提成2元;乙公司无基本工资,仅以揽件提成计算工资,若当日揽件数不超过40,每件提成4元;若当日揽件数超过40,超过部分每件多提成2元.下图是今年四月份甲公司揽件员人均揽件数和乙公司揽件员人均揽件数的条形统计图;小明拟到甲、乙两家公司中的一家应聘揽件员,如果仅从工资

收入的角度考虑,请利用所学的统计知识帮他选择,并说明理由.

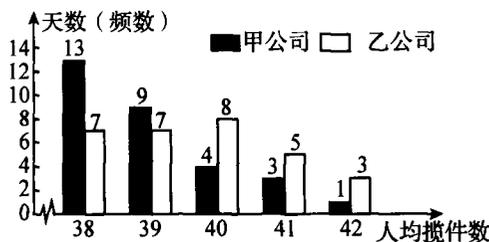


图1

作答情况分析:试题明确要求利用所学的统计知识进行选择,但近六分之一的考生的解答出现利用函数最值求解.

甲乙工资函数:

$$y_{\text{甲}} = 70 + 2x, y_{\text{乙}} = \begin{cases} 4x & (0 < x \leq 40) \\ 6x - 80 & (x > 40) \end{cases}$$

当 $0 < x \leq 40$ 时,

① $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}, 70 + 2x = 4x$  得 $x = 35$ ,

② $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}, 70 + 2x > 4x$  得 $x < 35$ ,

③ $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}, 70 + 2x < 4x$  得 $x > 35$ ;

当 $x > 40$ 时,

① $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}, 70 + 2x = 6x - 80$  得 $x = 37.5$ ,

② $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}, 70 + 2x > 6x - 80$  得 $x < 37.5$ ,

③ $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}, 70 + 2x < 6x - 80$  得 $x > 37.5$ ;

由题意知当 $x \geq 38$ 时,乙公司工资高.

以上这些错误的出现并非偶然,据笔者所作的统计分析,历年来的中考统计试题的作答,均存在着类似的情况.究其原因,这可能与中考统计试题的设置导向及教师的教学处理有关.一些地区的统计试题还是套模型,未能体现生活案例中统计的意义.教师在统计教学时存在以下问题:①把统计教学等同于数学解题教学(如出现分段函数),从来没有让学生经历较为完整的统计活动;②教学直击考点,让学生机械模仿;③中考不考的区域,放弃不教;④没有指导学生领会统计的基本思想(只会用平均数、众数、中位数三个数据代表套题).

## 2 初中统计究竟要教什么

首先,要教会学生选择恰当的统计量对数据进行描述.统计研究数据的合理收集、整理与分析,为人们制订决策提供依据.义务教育阶段主要是学习描述统计,侧重数据的含义和代表性.学生

要学会基于数据及其产生背景,运用统计知识做好实际问题的决策.统计推断的第一步,是选择刻画数据的适宜统计量.义务教育阶段,主要学习刻画数据的平均水平<sup>[2]</sup>(大部分所处的位置).反映均值的概念有很多,如算术平均值、中位数、众数.学生习惯选用算术平均值,算术平均值的特点是拉长补短,以大补小,但易受极端值的影响,在有些场合不能合理地反映平均水平,于是就要用到众数与中位数这两个统计量.众数就是对各数据出现的频数的考查,其大小与这组数据的部分数据相关,当这组数据中有不少数据重复出现时,往往用众数刻画.中位数指的是在一组数据的数值排序中处于中间的位置,在统计学分析中也常常扮演着“分水岭”的角色.对这三个统计量的使用场合,可以用顺口溜来进行总结:“分析数据用均值,比较接近选平均,相差较大看中位,频数较多用众数”.这三个统计量分别应用在不同场合来反映平均水平,理解这三个统计量,是选择统计量的前提.

其次,要教会学生依据数据产生的背景,寻求合理的推断方法对数据进行推断.统计学与传统的确定性数学是不一样的.其区分主要有以下三个方面<sup>[3]</sup>:第一,立论基础不同.确定性数学建立在概念与符号基础上,统计学建立在数据基础上.第二,推理方法不同.数学是演绎推理,证明基于公理与假设,结论是确定的;统计学是归纳推理,依据数据产生的背景选择抽象与推断方法,结论是或然的.第三,判断原则不同.数学结论有严格的对错之分,统计学允许人们根据自己的理解选择不同的推断方法,结论只能用好与坏来区分.然而学生先入为主的数学思维模式,会对统计学习带来负迁移.因此统计教学要立足统计思维,教会学生区分数学与统计,了解统计的特征,初步掌握统计思维,培养数据分析观念.学生需要学会依据数据产生的背景,寻求合理的推断方法对数据进行推断,能解释统计结果,能根据统计结果做出预测,并会数学地表达,养成相应的元认知技能:分析中用到的统计数字是否具有代表性?所用的数据代表与结论之间具有相关性吗?等等.

以下的案例3刻画了统计学的典型特征.

**案例3** (2018年福州市初中毕业班质量检测第23题)李先生从家到公司上班,可以乘坐20

路或66路公交车.他在乘坐这两路车时,对所需的时间分别做了20次统计,并绘制如下统计图(图2):

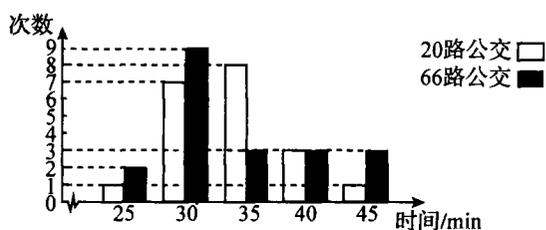


图2

请根据以上信息,解答下列问题.

(I)完成表4中(i),(ii)的数据:

表4 乘车时间统计量

公交线路		20路	66路
乘车时间统计量	平均数	34	(i)
	中位数	(ii)	30

(II)李先生从家到公司,除乘车时间外,另需10分钟(含等车,步行等).该公司规定每天8点上班,16点下班.

(i)某日李先生7点20分从家里出发,乘坐哪路车合适?并说明理由;

(ii)公司出于人文关怀,允许每个员工每个月迟到两次.若李先生每天同一时刻从家里出发,则每天最迟几点出发合适?并说明理由.(每月的上班天数按22天计)

第一问考查刻画平均水平的统计量——(加权)平均数及中位数——的计算.学生在该题的解答中,能够体会统计的情境特征:数据是有背景的,是通过抽样与调查获得的.

第二问中的第一小问考查数据代表的选择.关键信息是乘车时间不超过30分钟.数据代表的选择是中位数、频数等.

第二问中的第二小问考查的是统计推断.要解决的关键问题是:如何处理允许迟到2次;数据中20天的工作天数和实际22天的工作天数之间有什么关系,如何建立两者的关系等.

学生通过第二问,可以体会统计推理与数学推理的区别.统计推理其实是数据与模型的对话.对第二个问题,题目要求工作22天,允许迟到2天,所以迟到的概率应不高于 $\frac{1}{11}$ .从图表中直观

感知,若乘坐 20 路车,7:10 出发迟到的概率为  $\frac{1}{20}$ ,7:15 出发迟到的概率为  $\frac{1}{5}$ ,所以乘坐 20 路车最迟 7:10 出发;若乘坐 66 路车,7:05 出发迟到的概率为 0,7:10 出发迟到的概率为  $\frac{3}{20}$ ,所以乘坐 66 路车最迟 7:05 出发.综上所述,李先生每天 7 点 10 分出发,乘坐 20 路公交车比较适合.

### 3 初中统计究竟应该怎么教

#### 3.1 以“案例”为载体,培养学生对数据的理解

统计是实践性很强的内容,教师要发挥典型案例的作用,设计贴近生活、贴近学生实际的“问题情境”,为学生提供丰富的感性材料,让学生经历统计活动的过程,发展学生的数据分析观念,深化对统计的理解.

如“从统计图分析数据的集中趋势”<sup>[4]</sup>一节部优课上,福建省霞浦县第八中学的谢怡老师针对春节“压岁钱”问题进行调查,获得数据后对压岁钱的使用情况作了相应数据分析.

**案例 4 调查活动:**八年级(3)班春节“压岁钱”调查(表 5):

压岁钱收入调查:一般春节,你的父母和长辈给你的“压岁钱”一共有多少?

压岁钱使用调查:你会将多少“压岁钱”用在你的学习上?

表 5 八年级(3)班春节“压岁钱”调查

区间	100 元—350 元	350 元—650 元	650 元—950 元	950 元—1 250 元	1 250 元—1 550 元	...
取值	200 元	500 元	800 元	1100 元	1400 元	...
人数						

在对数据的收集中利用表格来整理,根据需要设计合适、规范的表格对七年级的学生来说在能力上有一定的要求.表格的样式也很多样,谢老师在教学中对调查表中数据的使用先作相关说明,并对表格为什么要设计成这样加以解读.让学生在填表的同时学习设计表格,同时培养学生“将数据表格化”的意识.接着教师要求学生利用 Excel 表格处理这些数据.

八年级(3)班春节“压岁钱”调查数据(如表 6):

表 6 八年级(3)班春节“压岁钱”调查数据

压岁钱	300 元	800 元	1 300 元	1 800 元	2 300 元
人数	3	12	15	7	3

用 Excel 收集数据,是为了更好地使用这些数据.学生在 Excel 表格中输入数据后,利用统计图显示功能,直接输出了直观的柱状统计图(如图 3).接着学生利用 Excel 表格的计算功能计算平均数. Excel 表格处理数据的速度比计算器快,能直观显示求和效果,是分析数据的有效工具.教师可以现场改变权重,学生借助 Excel 表格的计算功能体会权重变化后平均数的变化,加深了对加权平均数的理解. Excel 表格帮助学生加深了对数据的理解.

八(3)班春节“压岁钱”收入调查统计图

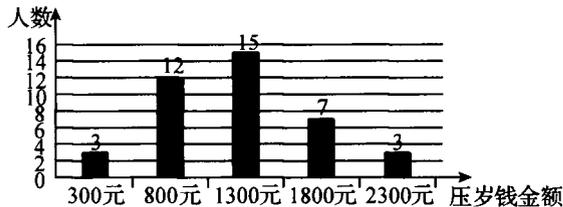


图 3

学生在初中阶段对数据的理解需要做到三点:第一,理解统计中由任何抽样方法得到的数据都只有相对而非绝对的准确性;第二,了解样本的数字特征可以在一定程度上反映总体的数字特征,因而可以用样本估计总体;第三,区分统计中的数字与确定性数学中的数字的区别.统计中的数字是在一定背景下进行的一种分析.例如:“压岁钱”300 元用在学习上.确定性数学只有“300 元”,那么接下来可能就是思考通过与 300 有关的数量寻找关系式算出相关的结论,它关注的是计算过程和结果.而在统计思维中,我们需要思考的则可能是 300 元用在学习的什么方面,在线学习缴费,还是买教辅材料等等,在线学习缴费和买教辅材料对学习的帮助哪些方面可以对比?值得购买之处?等,注重的是对数据所反映的研究对象的社会性特征分析,并把这些分析结果用于决策一些结论.

#### 3.2 以“技术”为手段,突出统计思维的培养

互联网环境下的教学,可以通过计算机网络收集数据,利用计算机软件制作统计表,绘制各种

