椭圆离心率

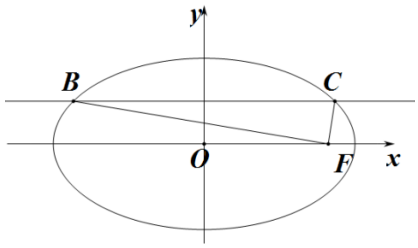
【学习目标】

1.了解近几年各地高考对圆锥曲线离心率问题的考查内容；

2.回顾椭圆离心率问题求解的常用策略；认识选择不同的角度寻求基本量 a,b,c 的关 系式是化解难点的根本方法；学会解决问题时结合图形提高运算的效率，提升思维的品质．

【知识回顾】

1. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，F 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点，直线 $y=\frac{b}{2}$ 与椭圆交于 B,C 两点，且 $\angle BFC=90^\circ$，则该椭圆的离心率是__________．

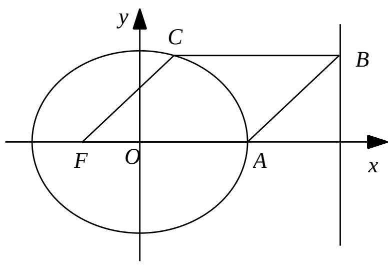


2. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点 $F(c,0)$ 关于直线 $y=\frac{b}{c}x$ 的对称点 Q 在椭圆上，则椭圆的离心率是__________．

3. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点为 F，短轴的一个端点为 B，线段 BF 延长线交椭圆于 D,且 $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FD}$，则椭圆的离心率是__________．

4. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为F，短轴的一个端点为M，直线l: $3x-4y=0$ 交椭圆 E 于A，B两点，若 $AF+BF=4$，点M到直线l的距离不小于 $\frac{4}{5}$，则椭圆 E 的离心率的取值范围是__________．

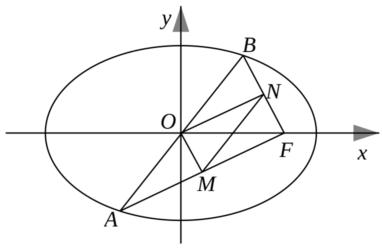
5. 已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F，右顶点为 A，若右准线上存在一点 B，椭圆上且在第一象限内存在一点 C，使得四边形 $FABC$ 是平行四边形，则椭圆 E 的离心率 e 的取值范围是__________．



【例题评析】

例1 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左焦点 F_1 和右焦点 F_2，上顶点 A，线段 AF_2 的中垂线交椭圆于点 B，若左焦点 F_1 在线段 AB 上，则椭圆的离心率为__________.

例2 如图，已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F（1，0），离心率为 e，设 A，B 是椭圆上关于原点对称的两点，AF 的中点为 M，BF 的中点为 N，原点 O 在线段 MN 为直径的圆上，设直线 AB 的斜率为 k，若 $0<k\le\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，求离心率 e 的取值范围.



【反思提炼】

【巩固训练】

1. 已知椭圆的焦距、短轴长、长轴长成等差数列，则该椭圆的离心率为__________.
2. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左右焦点为 F_1,F_2，过 F_1 直线与椭圆交 A、B 两点，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，$AB=AF_2$，则椭圆的离心率为__________.
3. 设A为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 上一点，点A关于原点的对称点为B，F为椭圆的右焦点，且$AF\perp BF$．若 $\angle ABF\in[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{4}]$，求椭圆的离心率范围__________.
4. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左右焦点为 F_1,F_2，上顶点为A，线段 AF_1 延长线交椭圆于B，M是 AF_2 中点，ΔABF_2 的内切圆与线段 AF_2 相切于M，求椭圆离心率.

答案：1. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 2. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 3. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 4. $\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 5. $(\sqrt{2}-1,\dfrac{\sqrt{5}-1}{2})$ 例1 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 例2 $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{3},1\right)$

巩固1 $\dfrac{3}{5}$ 2. $\sqrt{6}-\sqrt{3}$ 3. $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right]$ 4. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$