

江苏省仪征中学 2020-2021 学年度第二学期高二数学

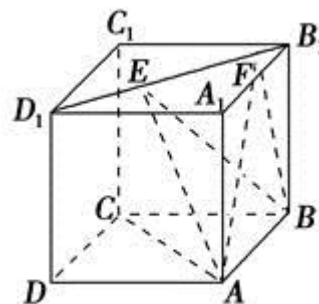
周三练习 4

2021.3.17

一、单选题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

- 已知 $z = 1 - i^{2020}$ ，则 $|z + 2i| = (\quad)$
A. $\sqrt{10}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$
- 若函数 $f(x) = e^x - \ln x - mx$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增，实数 m 的取值范围为 $(\quad)$
A. $(-\infty, e - 1)$ B. $(-\infty, e - 1]$ C. $(-\infty, e + 1)$ D. $(-\infty, e + 1]$
- 已知 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 在 $(2a - 5, a^2)$ 上存在最大值，则实数 a 的取值范围是 $(\quad)$
A. $[-2, \frac{3}{2}]$ B. $(-2, \sqrt{2})$ C. $[-2, \sqrt{2}]$ D. $[-2, \frac{3}{2})$
- 已知复数 z 满足 $|z| = 1$ ，则 $|z - 3 + 4i|$ 的最小值是 $(\quad)$
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 设函数 $f(x) = (x^2 - 3)e^x$ ，则 $(\quad)$
A. $f(x)$ 有极大值且为最大值 B. $f(x)$ 有极小值，但无最小值
C. 若方程 $f(x) = b$ 恰有 3 个实根，则 $0 < b < \frac{6}{e^3}$
D. 若方程 $f(x) = b$ 恰有一个实根，则 $b > \frac{6}{e^3}$

- 如图所示，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F ，且 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则下列结论中错误的是 $(\quad)$
A. $AC \perp BE$ B. 异面直线 AE, BF 所成的角为定值
C. 三棱锥 $ABEF$ 的体积为定值 D. $EF \parallel$ 平面 $ABCD$



二、多选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

- 对于函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ ，下列说法正确的是
A. $f(x)$ 在 $x = \sqrt{e}$ 处取得极大值 $\frac{1}{2e}$ B. $f(x)$ 有两个不同的零点
C. $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) < f(\sqrt{\pi}) < f(\sqrt{3})$ D. 若 $f(x) < k - \frac{1}{x^2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，则 $k > \frac{e}{2}$
- 已知不相等的复数 z_1, z_2 ，则下列说法正确的是 $(\quad)$
A. 若 $z_1 + z_2$ 是实数，则 z_1 与 $\bar{z}_2$ 不一定相等
B. 若 $|z_1| = |z_2|$ ，则 $z_1^2 = z_2^2$
C. 若 $z_1 = \bar{z}_2$ ，则 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于实轴对称
D. 若 $z_1^2 + z_2^2 > 0$ ，则 $z_1^2 > z_2^2$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

9. 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 4$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值是_____.
10. 已知 $f(x) = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos x + \sin x$, 则 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程是_____.
11. 若 $2x \ln x + 3 \geq -x^2 + ax$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.
12. 已知函数 $f(x) = e^x - x$, $g(x) = x^2 - 2mx$, 若对任意 $x_1 \in \mathbb{R}$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 满足 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 m 的取值范围为_____.

四、解答题（本大题共 2 小题，共 24.0 分）

13. 已知 z 为复数, $z + 2i$ 和 $\frac{z}{2-i}$ 均为实数, 其中 i 是虚数单位.

(1) 求复数 z 和 $|z|$;

(2) 若复数 $z_1 = \bar{z} + \frac{1}{m-1} - \frac{7}{m+2}i$ 在复平面内对应的点位于第四象限, 求实数 m 的取值范围.

14. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 $x = -\frac{2}{3}$ 与 $x = 1$ 处都取得极值.

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间, 并判断极大值点与极小值点;

(III) 若对 $x \in [-1, 2]$, 不等式 $f(x) \leq c^2$ 恒成立, 求实数 c 的取值范围.