

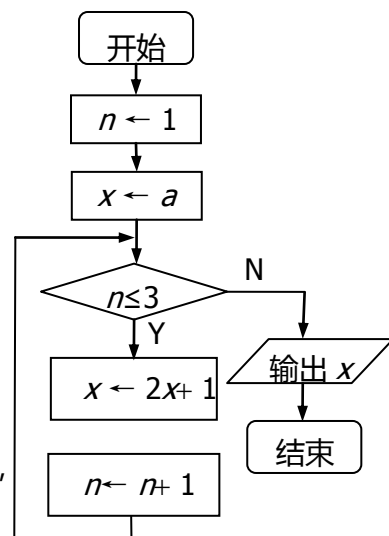
仪征中学 2019 届数学一轮复习补偿训练(8) 11.27

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、填空题：

1、从某班抽取 5 名学生测量身高（单位：cm），得到的数据为 160，162，159，160，159，则该组数据的方差 $s^2 =$ ▲ · $\frac{6}{5}$

2、某算法流程图如右图所示，该程序运行后，若输出的 $x=15$ ，则实数 a 等于 ▲ . 1



3、已知函数 $f(x) = x^3 + 2x$ ，若 $f(1) + f(\log_{\frac{1}{a}} 3) > 0$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)，则实数 a 的取值范围是 ▲ · $(0,1) \cup (3,+\infty)$

(第 2 题)

4、在平面直角坐标系 xOy 中，若动点 $P(a, b)$ 到两直线 $l_1 : y = x$ 和 $l_2 : y = -x + 2$ 的距离之和为 $2\sqrt{2}$ ，则 $a^2 + b^2$ 的最大值为 ▲ . 18

5、在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 3$ ， $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ， $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$ ，则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为 ▲ . -2

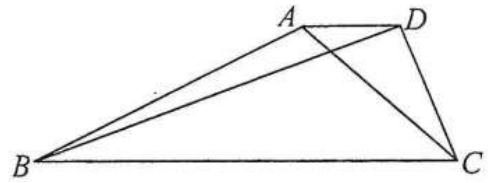
6、已知 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 2]$ 上的奇函数，当 $x \in (0, 2]$ 时， $f(x) = 2^x - 1$ ，函数 $g(x) = x^2 - 2x + m$. 如果对于 $\forall x_1 \in [-2, 2]$ ， $\exists x_2 \in [-2, 2]$ ，使得 $g(x_2) = f(x_1)$ ，则实数 m 的取值范围是 ▲ .

答案：[-5, -2]

二、解答题：

7、

如图，在梯形 $ABCD$ 中，已知 $AD \parallel BC$ ， $AD=1$ ， $BD=2\sqrt{10}$ ， $\angle CAD = \frac{\pi}{4}$ ， $\tan \angle ADC = -2$ 。求：



- (1) CD 的长；
- (2) $\triangle BCD$ 的面积。

(1) 因为 $\tan \angle ADC = -2$ ，所以 $\sin \angle ADC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ， $\cos \angle ADC = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。2分

所以 $\sin \angle ACD = \sin(\pi - \angle ADC - \frac{\pi}{4}) = \sin(\angle ADC + \frac{\pi}{4})$
 $= \sin \angle ADC \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \angle ADC \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，6分

在 $\triangle ADC$ 中，由正弦定理得 $CD = \frac{AD \cdot \sin \angle DAC}{\sin \angle ACD} = \sqrt{5}$ 。8分

(2) 因为 $AD \parallel BC$ ，所以 $\cos \angle BCD = -\cos \angle ADC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。10分

在 $\triangle BDC$ 中，由余弦定理 $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$ ，

得 $BC^2 - 2BC - 35 = 0$ ，解得 $BC = 7$ ，12分

所以 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 7 \times \sqrt{5} \times \sin \angle BCD = \frac{1}{2} \times 7 \times \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 7$ 。14分

8、

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $P(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上， P 到椭圆 C 的两个焦点的距离之和为 4。

- (1) 求椭圆 C 的方程；
- (2) 若点 M, N 是椭圆 C 上的两点，且四边形 $POMN$ 是平行四边形，求点 M, N 的坐标。

(1) 由题意知， $\frac{1}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1$ ， $2a = 4$ 。2分

解得 $a^2 = 4, b^2 = 3$ ，所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。4分

(2) 设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 则 ON 的中点坐标为 $(\frac{x_2}{2}, \frac{y_2}{2})$, PM 的中点坐标为

$$(\frac{1+x_1}{2}, \frac{\frac{3}{2}+y_1}{2}).$$

因为四边形 $POMN$ 是平行四边形, 所以
$$\begin{cases} \frac{1+x_1}{2} = \frac{x_2}{2}, \\ \frac{\frac{3}{2}+y_1}{2} = \frac{y_2}{2}. \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x_1 = x_2 - 1, \\ y_1 = y_2 - \frac{3}{2}. \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由点 M , N 是椭圆 C 的两点, 所以
$$\begin{cases} 3x_2^2 + 4y_2^2 = 12, \\ 3(x_2 - 1)^2 + 4(y_2 - \frac{3}{2})^2 = 12. \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

解得 $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = \frac{3}{2}. \end{cases} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

由 $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -\frac{3}{2}. \end{cases}$ 由 $\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = \frac{3}{2}, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 0. \end{cases}$

所以, 点 $M(1, -\frac{3}{2})$, $N(2, 0)$; 或 $M(-2, 0)$, $N(-1, \frac{3}{2})$. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$