

圆的方程

目标:

1. 圆的定义与方程; 2. 圆的方程的理解与应用; 3. 圆的方程的求法。

典例:

例 1. 已知圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + (3-a)y + 1 - 3a = 0$,

- (1) 若原点在圆 C 外部, 求 a 的取值范围;
- (2) 若圆 C 在第三象限, 求 a 的取值范围;
- (3) 当 a 变化时, 圆 M 是否过某一定点, 请说明理由.

变式: 最高考《P133》例 2

例 2. 已知圆过点 $A(2, -3)$, $B(-2, -5)$, 并且分别满足下列条件, 求各圆的方程:

- (1) 过点 $C(0, 1)$;
- (2) 圆心在直线 $x - 2y - 3 = 0$ 上.

变式 1: 已知圆过点 $A(2, -3)$, $B(-2, -5)$, 并且分别满足下列条件, 求各圆的方程:

- (1) 在 y 轴上截得的线段长为 $2\sqrt{6}$;
- (2) 圆的面积最小.

变式 2: 已知点 A (2, -3), B (-2, -5), 动点 P 分别满足下列条件, 求点 P 的轨迹方程:

$$(1) \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 5; \quad (2) PA^2 + PB^2 = 50; \quad (3) \frac{PA}{PB} = \sqrt{2}.$$

巩固:

1. 以线段 AB: $x+y-2=0(0 \leq x \leq 2)$ 为直径的圆的标准方程为_____.

2. 已知圆 C 经过 A(6,5), B(0,1) 两点, 且圆心 C 在直线 $3x+10y+9=0$ 上, 那么圆 C 的标准方程为_____.

3. 若点(1, -1)在圆 $x^2+y^2-x+y+m=0$ 外, 则 m 的取值范围是_____.

4. 与 x 轴, y 轴都相切, 并且过点 (1, 8) 的圆的圆心坐标为_____.

5. 已知平面区域 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x+2y-4 \leq 0 \end{cases}$ 恰好被面积最小的圆 C: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 及其内部所覆盖, 则圆 C 的方程为_____.

6. 已知圆 M 的方程为 $x^2+(y-2)^2=1$, 直线 l 的方程为 $x-2y=0$, 点 P 在直线 l 上, 过点 P 作圆 M 的切线 PA, PB, 切点为 A, B. 经过 A, P, M 三点的圆是否经过异于点 M 的定点? 若经过, 请求出此定点的坐标; 若不过, 请说明理由.

7. 已知圆 C: $x^2+y^2=9$ 和点 A(-5,0), 在直线 OA 上(O 为坐标原点)存在定点 B(不同于点 A)满足: 对于圆 C 上任一点 P, $\frac{PB}{PA}$ 为一常数, 试求所有满足条件的点 B 的坐标.