

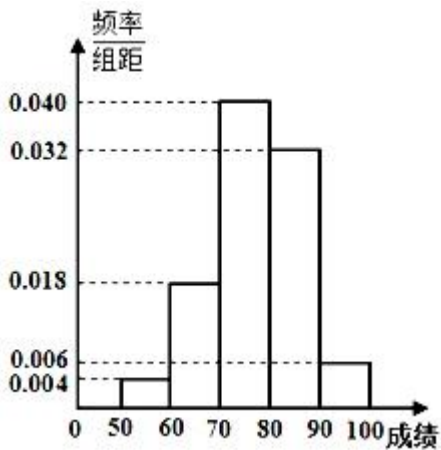
高三午间训练 21

一、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。请在答题卡指定区域内作答。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

1. 某班 50 名学生在一次数学测试中，成绩全部介于 50 与 100 之间，将测试结果按如下方式分成五组：第一组 $[50, 60)$ ，第二组 $[60, 70)$ ， \dots ，第五组 $[90, 100]$ 。如图是按上述分组方法得到的频率分布直方图。

(I) 由频率分布直方图估计 50 名学生数学成绩的中位数和平均数；

(II) 从测试成绩在 $[50, 60) \cup [90, 100]$ 内的所有学生中随机抽取两名同学，设其测试成绩分别为 m, n ，求事件“ $|m - n| > 10$ ”概率。



2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $S_n = 2a_n - 4n$ ，设 $b_n = a_n + 4$ ， $c_n = \frac{1}{b_n}$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\{c_n\}$ 其前 n 项和为 T_n ，如果 $T_n \leq m$ 对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

高三午间训练 22

1. 某地区上年度电价为 0.8 元/ $kW \cdot h$, 年用电量为 $akW \cdot h$, 本年度计划将电价降到 0.55 元/ $kW \cdot h$ 至 0.75 元/ $kW \cdot h$ 之间, 而用户期望电价为 0.4 元/ $kW \cdot h$ 经测算, 下调电价后新增的用电量与实际电价和用户期望电价的差成反比 (比例系数为 K). 该地区电力的成本为 0.3 元/ $kW \cdot h$.

(1) 写出本年度电价下调后, 电力部门的收益 y 与实际电价 x 的函数关系式;

(2) 设 $k=0.2a$, 当电价最低定为多少时仍可保证电力部门的收益比上年至少增长 20%?

(注: 收益 = 实际用电量 \times (实际电价 - 成本价))

2. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 其面积 $S = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4}$.

(1) 若 $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{2}$, 求 $\cos B$;

(2) 求 $\sin(A+B) + \sin B \cos B + \cos(B-A)$ 的最大值.

高三午间训练 23

1. 已知椭圆 $O: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 点 P 在椭圆 O 上运动,

若 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $2\sqrt{3}$, 椭圆 O 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 O 的标准方程;

(2) 过 B 点作圆 $E: x^2 + (y - 2)^2 = r^2, (0 < r < 2)$ 的两条切线, 分别与椭圆 O 交于两点 C, D (异于点 B), 当 r 变化时, 直线 CD 是否恒过某定点? 若是, 求出该定点坐标, 若不是, 请说明理由.

2. 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{a}{2}x^2$ ($e = 2.71828\cdots$ 为自然对数的底数) 有两个极值点 x_1, x_2 .

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 求证: $x_1 + x_2 < 2\ln a$.