指数与对数章末复习课

知识网络

理清脉络　纲举目张

- 指数与对数
  - 指数
    - 根式 — 分数指数幂
    - 指数幂的拓展 — 指数幂运算性质
  - 对数
    - 对数的概念 — 指对互化
    - 对数的运算性质 — 换底公式

一、根式的化简或求值

例 1　求值：$\dfrac{\sqrt[4]{1-a^2}+\sqrt{a^2-1}+3a}{1-a}$.

跟踪训练 1　(1)若 $6<a<7$，$\sqrt{(a-6)^2}+\sqrt{(a-7)^2}=$________；

(2)计算：$\sqrt[4]{0.0625}+\sqrt{\dfrac{25}{4}}-\sqrt[3]{\dfrac{27}{8}}=$________.

二、指数幂的运算

例 2　计算：(1) $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}\cdot\left(-3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}\right)\div\left(\dfrac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}}\right)$ $(a>0,\ b>0)$；

(2) $(0.064)^{-\frac{1}{3}}-\left(-\dfrac{7}{8}\right)^0+\left(\dfrac{81}{16}\right)^{\frac{1}{4}}+|-0.01|^{\frac{1}{2}}$.

跟踪训练 2　(1)计算：$\left[125^{\frac{2}{3}}+\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}+343^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}}$；

(2)化简：$x^{\frac{2}{3}}\cdot y^{\frac{1}{4}}\cdot z^{-1}\cdot\left(x^{-1}\cdot y^{\frac{3}{4}}\cdot z^{3}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

三、对数恒等式的应用

例 3　$\log_5(\log_3(\log_2 a))=0$，计算 $36^{\log_6 a}$ 的值.

延伸探究

若本例条件不变，求 $a^{1+\log_a 36}$ 的值.

跟踪训练 3　已知 $\log_{\frac{1}{2}} a=3$，求 $36\log_{36}a$ 的值.

四、对数运算

例 4　计算：$\log_2\sqrt{\frac{7}{48}}+\log_2 12-\log_2\sqrt{42}$.

反思感悟　对数的运算性质在解题中的两种应用

两种应用
- 正用：即拆，将积（商）的对数拆成对数的和（差）
- 逆用：即收，将同底的两个对数的和（差）收成积（商）的对数

跟踪训练 4　计算：$\log_5 35-2\log_5\frac{7}{3}+\log_5 7-\log_5 1.8$.

真题体验

实战高考　超越创新

1．(2020·全国Ⅰ)设 $a\log_3 4=2$，则 4^{-a} 等于(　　)

A.$\frac{1}{16}$　　B.$\frac{1}{9}$　　C.$\frac{1}{8}$　　D.$\frac{1}{6}$

2．(2020·新高考全国Ⅰ)基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数．基本再生数指一个感染者传染的平均人数，世代间隔指相邻两代间传染所需的平均时间．在新冠肺炎疫情初始阶段，可以用指数模型：$I(t)=e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$随时间 t(单位：天)的变化规律，指数增长率 r 与 R_0，T 近似满足 $R_0=1+rT$.有学者基于已有数据估计出 $R_0=3.28$，$T=6$.据此，在新冠肺炎疫情初始阶段，累计感染病例数增加 1 倍需要的时间约为($\ln 2\approx 0.69$)(　　)

A．1.2 天　　B．1.8 天　　C．2.5 天　　D．3.5 天

3．(2019·全国Ⅱ)2019 年 1 月 3 日嫦娥四号探测器成功实现人类历史上首次月球背面软着陆，我国航天事业取得又一重大成就．实现月球背面软着陆需要解决的一个关键技术问题是地面与探测器的通讯联系．为解决这个问题，发射了嫦娥四号中继星“鹊桥”，鹊桥沿

着围绕地月拉格朗日 L_2 点的轨道运行．L_2 点是平衡点，位于地月连线的延长线上．设地球质量为 M_1，月球质量为 M_2，地月距离为 R，L_2 点到月球的距离为 r，根据牛顿运动定律和万有引力定律，r 满足方程：$\frac{M_1}{(R+r)^2}+\frac{M_2}{r^2}=(R+r)\frac{M_1}{R^3}$.设$\alpha=\frac{r}{R}$.由于$\alpha$的值很小，因此在近似计算中$\frac{3\alpha^3+3\alpha^4+\alpha^5}{(1+\alpha)^2}\approx 3\alpha^3$，则 r 的近似值为(　　)

A.$\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}R$　　B.$\sqrt{\frac{M_2}{2M_1}}R$　　C.$\sqrt[3]{\frac{3M_2}{M_1}}R$　　D.$\sqrt[3]{\frac{M_2}{3M_1}}R$

4．(2017·北京)根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80}.则下列各数中与$\frac{M}{N}$最接近的是(　　)

(参考数据：lg 3≈0.48)

A．10^{33}　B．10^{53}　C．10^{73}　D．10^{93}

5．(2015·安徽)$\lg\frac{5}{2}+2\lg 2-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=$________.