

# 扬州市 2017—2018 学年度第一学期期末调研测试试题

## 高一 数 学

2018.01

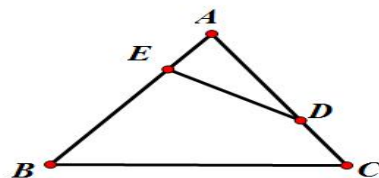
(全卷满分 160 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前, 请考生务必将自己的学校、姓名、考试号等信息填写在答卷规定的地方.
2. 试题答案均写在答题卷相应位置, 答在其它地方无效.

一、填空题 (本大题共 14 小题, 每小题 5 分, 共 70 分, 请将答案填写在答题卷相应的位置上)

1. 设集合  $A = \{0, 1\}, B = \{1, 3\}$ , 则  $A \cup B =$        ▲      .
2.  $\tan \frac{7\pi}{3} =$        ▲      .
3. 设幂函数  $f(x)$  的图象过点  $(2, \sqrt{2})$ , 则  $f(4) =$        ▲      .
4. 函数  $f(x) = x^3 \sin x$  的奇偶性为       ▲       函数. (在“奇”、“偶”、“非奇非偶”、“既奇又偶”中选择)
5. 已知扇形的面积为  $4\text{cm}^2$ , 该扇形圆心角的弧度数是  $\frac{1}{2}$ , 则扇形的周长为       ▲       cm.
6.  $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \log_4 9 \cdot \log_3 2 =$        ▲      .
7. 已知单位向量  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  的夹角为  $60^\circ$ , 则  $|\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2| =$        ▲      .
8. 已知  $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) =$        ▲      .
9. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EA} = 2$ , 若  $\overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AC} + \mu \overrightarrow{CB}$ , 则  $\lambda - \mu =$        ▲      .
10. 不等式  $2 - x \leq \log_2(x + 1)$  的解集是       ▲      .
11. 已知  $\triangle ABC$  的面积为 16,  $BC = 8$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  的取值范围是       ▲      .
12. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$  与  $g(x) = \cos(2x + \theta) (0 < \theta < \pi)$  的零点完全相同, 则  $g(\frac{\pi}{6}) =$        ▲      .
13. 设函数  $f(x) = a^x - (k-1)a^{-x} (a > 0$  且  $a \neq 1)$  是定义域为  $R$  的奇函数. 若  $f(1) = \frac{3}{2}$ , 且  $g(x) = a^{2x} + a^{-2x} - 2mf(x)$  在  $[1, +\infty)$  上的最小值为  $-2$ , 则  $m$  的值为       ▲      .



14. 设  $a$  为实数, 函数  $f(x) = (3-x)|x-a| - a, x \in R$ , 若  $f(x)$  在  $R$  上不是单调函数, 则实数  $a$  的取值范围为     ▲    .

二、解答题: (本大题共 6 道题, 计 90 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 14 分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$  的定义域为  $A$ , 集合  $B = \{x | 2 \leq 2^x \leq 16\}$ , 非空集合

$C = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ , 全集为实数集  $R$ .

(1) 求集合  $A \cap B$  和  $C_R B$ ;

(2) 若  $A \cup C = A$ , 求实数  $m$  取值的集合.

16. (本小题满分 14 分)

已知向量  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (\sin(\pi - \alpha), 2\cos \alpha)$

(1) 若  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ , 求证:  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ;

(2) 若向量  $\vec{a}, \vec{b}$  共线, 求  $|\vec{b}|$ .

17. (本小题满分 15 分)

函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ), 若函数  $f(x)$  的图象与  $x$  轴的任意两个

相邻交点间的距离为  $\frac{\pi}{2}$  且过点  $(0, 1)$ ,

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 求  $f(x)$  的单调增区间;

(3) 求  $f(x)$  在  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  的值域.

18. (本小题满分 15 分)

近年来, “共享单车” 的出现为市民 “绿色出行” 提供了极大的方便, 某共享单车公司计划在甲、乙两座城市共投资 240 万元, 根据行业规定, 每个城市至少要投资 80 万元, 由前期市场调研可知: 甲城市收益  $P$  与投入  $a$  (单位: 万元) 满足  $P = 4\sqrt{2a} - 6$ , 乙城市收益  $Q$  与

投入  $a$  (单位: 万元) 满足  $Q = \begin{cases} \frac{1}{4}a + 2, & 80 \leq a \leq 120 \\ 32, & 120 < a \leq 160 \end{cases}$ , 设甲城市的投入为  $x$  (单位:

万元), 两个城市的总收益为  $f(x)$  (单位: 万元).

(1) 当投资甲城市 128 万元时, 求此时公司总收益;

(2) 试问如何安排甲、乙两个城市的投资, 才能使公司总收益最大?

19. (本小题满分 16 分)

已知关于  $x$  的函数  $g(x) = mx^2 - 2(m-1)x + n$  为  $R$  上的偶函数, 且在区间  $[-1, 3]$  上的最大值为 10. 设  $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若不等式  $f(2^x) - k \cdot 2^x \leq 2$  在  $x \in [-1, 1]$  上恒成立, 求实数  $k$  的取值范围;

(3) 是否存在实数  $t$ , 使得关于  $x$  的方程  $f(|2^x - 1|) + \frac{2t}{|2^x - 1|} - 3t - 2 = 0$  有四个不相等的实数根? 如果存在, 求出实数  $t$  的范围, 如果不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数  $f(x) = \lg \frac{1-x}{x+1}$ .

(1) 求不等式  $f(f(x)) + f(\lg 2) > 0$  的解集;

(2) 函数  $g(x) = 2 - a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ), 若存在  $x_1, x_2 \in [0, 1]$ , 使得  $f(x_1) = g(x_2)$  成立, 求实数  $a$  的取值范围;

(3) 若函数  $h(x) = \begin{cases} f(x), & -1 < x < 1 \\ k|x| + 1, & x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 1 \end{cases}$ , 讨论函数  $y = h(h(x)) - 2$  的零点个数(直接写出答案, 不要求写出解题过程).