

高三午间训练 23

1. 已知椭圆  $O: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A, B$ , 点  $P$  在椭圆  $O$  上运动,

若  $\triangle PAB$  面积的最大值为  $2\sqrt{3}$ , 椭圆  $O$  的离心率为  $\frac{1}{2}$ .

(1) 求椭圆  $O$  的标准方程;

(2) 过  $B$  点作圆  $E: x^2 + (y - 2)^2 = r^2$ , ( $0 < r < 2$ ) 的两条切线, 分别与椭圆  $O$  交于两点  $C, D$  (异于点  $B$ ), 当  $r$  变化时, 直线  $CD$  是否恒过某定点? 若是, 求出该定点坐标, 若不是, 请说明理由.

2. 已知函数  $f(x) = e^x - \frac{a}{2}x^2$  ( $e = 2.71828\cdots$  为自然对数的底数) 有两个极值点  $x_1, x_2$ .

(1) 求  $a$  的取值范围;

(2) 求证:  $x_1 + x_2 < 2\ln a$ .