

2021年湖北省七市（州）教科研协作体高考数学联考试卷（3月份）

一、单项选择题（共8小题）.

1. 已知集合 $A = \{x | \log_2 x > 1\}$, $B = \{x | |x-1| < 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-2, 4)$ B. $(1, 2)$ C. $(1, 4)$ D. $(2, 4)$

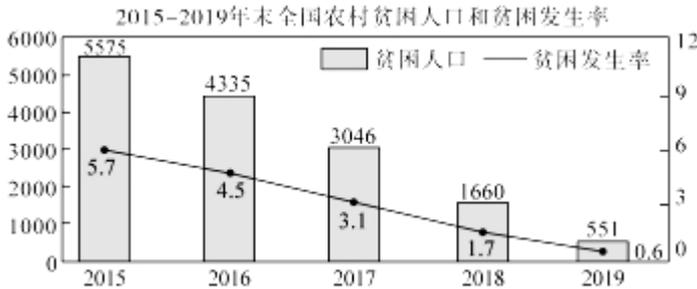
2. 设 $i \cdot z = 4 - 3i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 的虚部为 ()

- A. -4 B. 4 C. $-4i$ D. $4i$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 4$, $a_2 a_7 = 8a_4$, 则 $a_1 =$ ()

- A. 1 B. 2 C. ± 1 D. ± 2

4. 2020年,我国脱贫攻坚已取得决定性胜利.如图是2015-2019年年末全国农村贫困人口和贫困发生率(贫困人口占目标调查人口的比重)的变化情况(数据来源:国家统计局2019年统计年报).根据图表可得出的正确统计结论是 ()

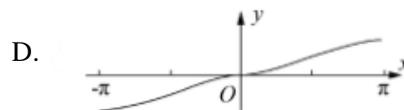
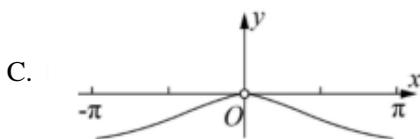
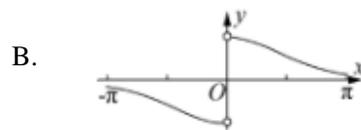
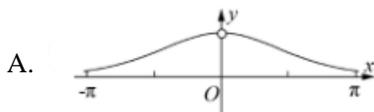


- A. 五年来贫困发生率下降了 5.2 个百分点
 B. 五年来农村贫困人口减少超过九成
 C. 五年来农村贫困人口减少得越来越快
 D. 五年来目标调查人口逐年减少

5. 已知圆 M 过点 $A(1, -1)$, $B(1, 2)$, $C(5, 2)$, 则圆 M 在点 B 处的切线方程为 ()

- A. $3x+4y-2=0$ B. $3x-4y-2=0$ C. $4x-3y+2=0$ D. $4x-3y-2=0$

6. 函数 $f(x) = \frac{5x+2\sin x}{3^x-3^{-x}}$ ($x \in [-\pi, 0) \cup (0, \pi]$) 图象可能为 ()



7. 清明节前夕,某校团委决定举办“缅怀革命先烈,致敬时代英雄”主题演讲比赛,经过初赛,共10人进

入决赛，其中高一年级 2 人，高二年级 3 人，高三年级 5 人，现采取抽签方式决定演讲顺序，则在高二年级 3 人相邻的前提下，高一年级 2 人不相邻的概率为 ()

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在区间 $(0, +\infty)$ 上可导函数，满足 $f(x) > 0$ 且 $f(x) + f'(x) < 0$ ($f'(x)$ 为函数的导函数)，若 $0 < a < 1 < b$ 且 $ab = 1$ ，则下列不等式一定成立的是 ()

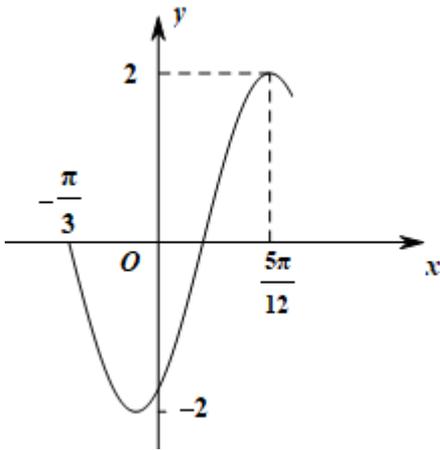
- A. $f(a) > (a+1)f(b)$ B. $f(b) > (1-a)f(a)$
C. $af(a) > bf(b)$ D. $af(b) > bf(a)$

二、多项选择题 (共 4 小题).

9. 设 a, b, c, d 为实数，且 $a > b > 0 > c > d$ ，则下列不等式正确的是 ()

- A. $c^2 < cd$ B. $a - c < b - d$ C. $ac > bd$ D. $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$

10. 函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，则下列结论正确的是 ()

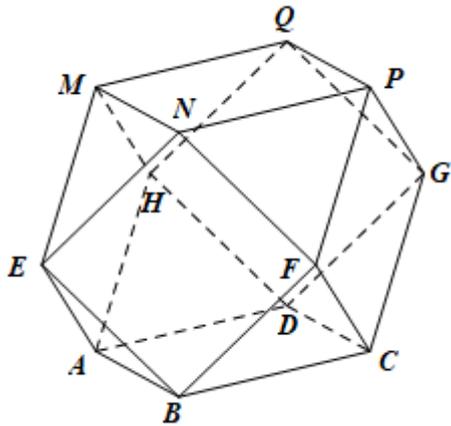


- A. $f(x)$ 的最小正周期为 2
B. 把 $y = f(x)$ 图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后得到函数 $g(x) = 2\cos 2x$ 的图象
C. $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{12}]$ 上单调递减
D. $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 是 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心

11. 已知抛物线 $\Gamma: x^2 = 4y$ 的焦点为 F ，过 F 与 y 轴垂直的直线交抛物线 Γ 于点 M, N ，则下列说法正确的有 ()

- A. 点 F 坐标为 $(1, 0)$ B. 抛物线 Γ 的准线方程为 $y = -1$
C. 线段 MN 长为 4 D. 直线 $y = x - 2$ 与抛物线 Γ 相切

12. 半正多面体 (*semiregular solid*) 亦称“阿基米德多面体”，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体，体现了数学的对称美. 二十四等边体就是一种半正多面体，是由正方体切截而成的，它由八个正三角形和六个正方形构成 (如图所示)，若它的所有棱长都为 $\sqrt{2}$ ，则 ()



- A. $BF \perp$ 平面 EAB
- B. 该二十四等边体的体积为 $\frac{20}{3}$
- C. 该二十四等边体外接球 表面积为 8π
- D. PN 与平面 $EBFN$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 请将答案填在答题卡对应题号的位置上. 答错位置，书写不清，模棱两可均不得分.

13. 已知矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $AD=1$ ，设 AC 与 BD 交于点 O ，则 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BO} =$ _____.

14. 二项式 $\left(\frac{a}{x} - x^2\right)^5$ 的展开式中， x 的系数为 270，则：

- (1) $a =$ _____，
- (2) 该二项式展开式中所有项的系数和为_____.

15. 为了衡量星星的明暗程度，古希腊天文学家喜帕恰斯在公元前二世纪首先提出了星等这个概念. 星等的数值越小，星星就越亮；星等的数值越大，星星就越暗. 到了 1850 年，由于光度计在天体光度测量的应用，英国天文学家普森又提出了亮度的概念，天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_1 - m_2 = 2.5 (\lg E_2 - \lg E_1)$ ，其中星等为 m_k 的星的亮度为 E_k ($k=1, 2$). 已知“心宿二”的星等是 1.00，“天津四”的星等是 1.25，则“心宿二”的亮度大约是“天津四”的_____倍. (结果精确到 0.01. 当 $|x|$ 较小时， $10^x \approx 1 + 2.3x + 2.7x^2$)

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 $F(3\sqrt{5}, 0)$, 点 N 的坐标为 $(0, 2)$, 点 M 为双曲线 C 左支上的动点, 且 $\triangle MNF$ 的周长不小于 20, 则双曲线 C 的离心率的取值范围为_____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $4\cos(A+C) + 2\cos 2B + 3 = 0$.

(1) 求角 B ;

(2) 若 D 是 BC 的中点, $AD = 4\sqrt{3}$, $AB = 8$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

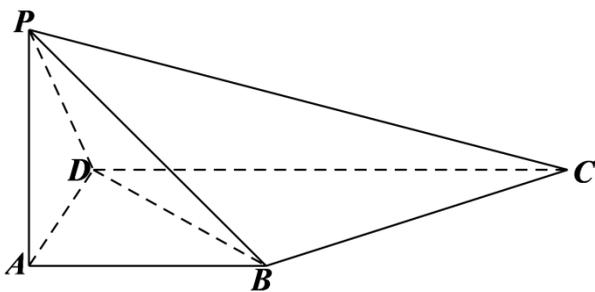
18. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 + a_3 = 10$, $S_5 = 35$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots + a_n b_n = 1 + (2n - 1) 2^n$, 求数列 $\left\{ \frac{1}{a_n (\log_2 b_{2n+4})} \right\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel DC$, $\angle BAD = 90^\circ$,

$PD = DC = BC = 2PA = 2AB = 2$, $PD \perp DC$.



(1) 求证: $PA \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 设 $\overrightarrow{BM} = \lambda \overrightarrow{BD}$ ($0 < \lambda < 1$), 当二面角 $A-PM-B$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$ 时, 求 λ 的值.

20. 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别是双曲线 $C_2: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右顶点, 且

椭圆 C_1 的上顶点到双曲线 C_2 的渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设椭圆 C_1 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$, 经过左焦点 F_1 的直线 l 与椭圆 C_1 交于 M , N 两点, 且满足 $\overrightarrow{F_2 F} = \overrightarrow{F_2 M} + \overrightarrow{F_2 N}$ 的点 P 也在椭圆 C_1 上, 求四边形 $F_2 M P N$ 的面积.

21. 某电子公司新开发一电子产品, 该电子产品的一个系统 G 有 $2n - 1$ 个电子元件组成, 各个电子元件能正常工作的概率均为 p , 且每个电子元件能否正常工作相互独立. 若系统中有超过一半的电子元件正常工作,

则系统 G 可以正常工作，否则就需维修.

(1) 当 $n=2, p=\frac{1}{2}$ 时, 若该电子产品由 3 个系统 G 组成, 每个系统的维修所需费用为 500 元, 设 ξ 为该电子产品需要维修的系统所需的总费用, 求 ξ 的分布列与数学期望;

(2) 为提高系统 G 正常工作的概率, 在系统内增加两个功能完全一样的电子元件, 每个新元件正常工作的概率均为 p , 且新增元件后有超过一半的电子元件正常工作, 则系统 C 可以正常工作, 问 p 满足什么条件时, 可以提高整个系统 G 的正常工作概率?

22. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$, 其中 $e = 2.71828 \dots$ 为自然对数底数.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $e^x - 2x \ln x - kx - 1 \geq 0$ 对 $\forall x > 0$ 恒成立, 记 $k_{\max} = \lambda$, 证明: $\lambda > 1.1$.

试卷相关说明

本试卷的题干、答案和解析均由组卷网 (<http://zujuan.xkw.com>) 专业教师团队编校出品。

登录组卷网可对本试卷进行**单题组卷**、**细目表分析**、**布置作业**、**举一反三**等操作。

试卷地址：[在组卷网浏览本卷](#)

组卷网是学科网旗下的在线题库平台，覆盖小初高全学段全学科、超过 900 万精品解析试题。

关注组卷网服务号，可使用移动教学助手功能（布置作业、线上考试、加入错题本、错题训练）。



学科网长期征集全国最新统考试卷、名校试卷、原创题，赢取丰厚稿酬，欢迎合作。

钱老师 QQ : 537008204 曹老师 QQ : 713000635