江苏省仪征中学 2018-2019 学年第一学期高三数学

周三练习（8）　　　　2018. 10. 31

范围：集合与逻辑、函数与导数、三角函数、平面向量、直线与圆 、圆锥曲线、不等式

一. 填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，计 70 分. 不需写出解答过程，请把答案写在答题纸的指定位置上.

一、填空题（本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分，请将答案填写在答题卷相应的位置上）

1．复数 $z=\dfrac{2+i}{1-i}$ 的实部为______.

2．命题“$\forall m\in R,m^2+1>0$”的否定是________.

3．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(-2,k)$，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则实数 $k=$__________.

4．已知直线 $l_1:ax-y+2a+1=0$ 和 $l_2:2x-(a-1)y+2=0$ $(a\in R)$，若 $l_1\perp l_2$，则 $a=$_________.

5．已知 $\alpha\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，且 $\tan\alpha=-2$，则 $\cos 2\alpha=$___________.

6．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x-y+5\geq 0\\ x\leq 3\\ x+y\geq 0\end{cases}$，则目标函数 $z=x+2y$ 的最小值为__________.

7．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-\dfrac{1}{x}$，若函数 $f\left(x\right)$ 的零点所在的区间为 $\left(k,k+1\right)\left(k\in Z\right)$，则 $k=$__________.

8．若双曲线 $\dfrac{x^2}{m}-\dfrac{y^2}{m+2}=1$ 的一个焦点与抛物线 $y^2=8x$ 的焦点相同，则 $m=$_________.

9．若函数 $f(x)=(x+a)(bx+2a)$ $(a,b\in R)$ 是偶函数，且它的值域为 $(-\infty,8]$，则 $ab=$_________.

10．函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{6})(\omega>0)$ 的图象与直线 $y=m$ 相切，相邻切点之间的距离为 π． 若点 $A(x_0,y_0)$ 是 $y=f(x)$ 图象的一个对称中心，且 $x_0\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$， 则 $x_0=$_________.

11．椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的一条准线与 x 轴的交点为 P，点 A 为其短轴的一个端点，若 PA 的中点在椭圆 C 上，则椭圆的离心率为_________.

12．函数 $f(x)=2x^2-4x+1\left(x\in R\right)$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，且 $x_1>x_2$，则 $\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1-x_2}$ 的最小值为_______.

13．已知向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 满足 $|\overrightarrow{OA}|=1$，$|\overrightarrow{OB}|=2$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{7}$，$\overrightarrow{AC}=\lambda(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})(\lambda\in R)$，若 $|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{7}$，则 λ 所有可能的值为_________.

14．设圆 $x^2+(y-1)^2=1$ 的切线 l 与 x 轴正半轴，y 轴正半轴分别交于点 A,B，当 AB 取最小值时，切线 l 在 y 轴上的截距为________.

二、解答题：本大题共 6 小题，共计 90 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．（本题满分 14 分）

已知集合 $A=\left\{x\,|\,\dfrac{4}{x+1}>1\right\}$，$B=\left\{x\,|\,(x-m-4)(x-m+1)>0\right\}$.

（1）若 $m=2$，求集合 $A\bigcup B$；

（2）若 $A\bigcap B=\varnothing$，求实数 m 的取值范围.

16．（本题满分 14 分）

在 ΔABC 中，a,b,c 分别为角 A,B,C 所对的边，已知向量 $\vec{m}=(\cos B,\sin B)$，$\vec{n}=(\sin C-2\sin A,\cos C)$，且 $\vec{m}\perp\vec{n}$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 $a+c=7$，$b=\sqrt{13}$，求 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的值.

17．（本小题满分 14 分）

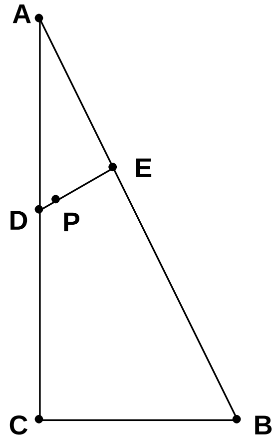
在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 M：$x^2+y^2-8x+6=0$，过点 $P(0,2)$ 且斜率为 k 的直线与圆 M 相交于不同的两点 A,B，线段 AB 的中点为 N。

⑴求 k 的取值范围；

⑵若 $ON//MP$，求 k 的值。

18．（本小题满分 16 分）

某小区有一块三角形空地，如图△ABC，其中 AC=180 米，BC=90 米，∠C=$90°$，开发商计划在这片空地上进行绿化和修建运动场所，在△ABC 内的 P 点处有一服务站（其大小可忽略不计），开发商打算在 AC 边上选一点 D，然后过点 P 和点 D 画一分界线与边 AB 相交于点 E，在△ADE 区域内绿化，在四边形 BCDE 区域内修建运动场所．现已知点 P 处的服务站与 AC 距离为 10 米，与 BC 距离为 100 米．设 DC=d 米，试问 d 取何值时，运动场所面积最大？



19．（本小题满分 16 分）

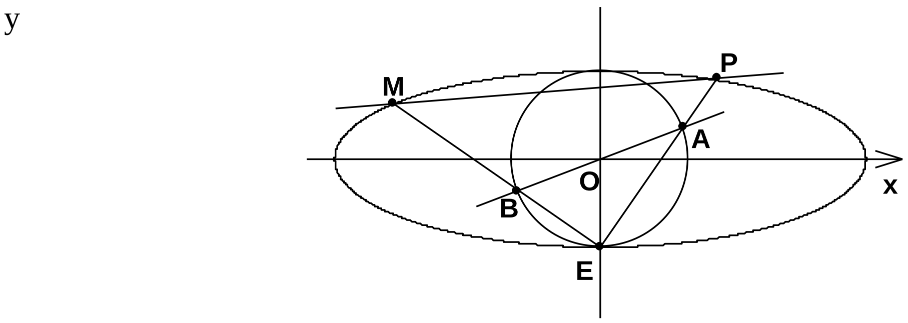
如图，椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）和圆 C_2：$x^2+y^2=b^2$，已知圆 C_2 将椭圆 C_1 的长轴三等分，椭圆 C_1 右焦点到右准线的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，椭圆 C_1 的下顶点为 E，过坐标原点 O 且与坐标轴不重合的任意直线 l 与圆 C_2 相交于点 A、B．

（1）求椭圆 C_1 的方程；

（2）若直线 EA、EB 分别与椭圆 C_1 相交于另一个交点为点 P、M．

①求证：直线 MP 经过一定点；

②试问：是否存在以 $(m,0)$ 为圆心，$\dfrac{3\sqrt{2}}{5}$ 为半径的圆 G，使得直线 PM 和直线 AB 都与圆 G 相交？若存在，请求出所有 m 的值；若不存在，请说明理由。



20．（本小题满分 16 分）

已知函数 $f(x)=ax+\frac{2}{x}+6$，其中 a 为实常数.

（1）若 $f(x)>3x$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围；

（2）已知 $a=\frac{3}{4}$，P_1,P_2 是函数 $f(x)$ 图象上两点，若在点 P_1,P_2 处的两条切线相互平行，求这两条切线间距离的最大值；

（3）设定义在区间 D 上的函数 $y=s(x)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 处的切线方程为 $l:y=t(x)$，当 $x\neq x_0$ 时，若 $\frac{s(x)-t(x)}{x-x_0}>0$ 在 D 上恒成立，则称点 P 为函数 $y=s(x)$ 的“好点”．试问函数 $g(x)=x^2f(x)$ 是否存在“好点”．若存在，请求出所有“好点”坐标，若不存在，请说明理由．

周三练习（8）理科参考答案

1、$\frac{1}{2}$　　2、$\exists x\in R,x^2+1\le 0$　　3、-4　　4、$\frac{1}{3}$　　5、$-\frac{3}{5}$　　6、-3

7、1　　8、1　　9、± 4　　10、$\frac{5\pi}{12}$　　11、$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　12、2　13、0、2　　14、$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

解析：设直线l与坐标轴的交点分别为$A(a,0)$，$B(0,b)$，显然$a>1$，$b>2$.

则直线l：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，依题意：$\frac{|\frac{1}{b}-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}}}=1$，即$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{b^2}-\frac{2}{b}+1$，所以$a^2=\frac{b}{b-2}$，

所以$AB^2=a^2+b^2=\frac{b}{b-2}+b^2$，设$f(x)=\frac{x}{x-2}+x^2$，则$f'(x)=\frac{-2}{(x-2)^2}+2x=\frac{2[x(x-2)^2-1]}{(x-2)^2}$

$=\frac{2(x^3-4x^2+4x-1)}{(x-2)^2}=\frac{2(x-1)(x^2-3x+1)}{(x-2)^2}\ (x>2)$

设$f'(x)=0$，则$x_1=1$，$x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，$x_3=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，

又$x>2$，故当$x\in(2,x_3)$时，$f(x)$单调递减；当$x\in(x_3,+\infty)$时，$f(x)$单调递增；

所以当$b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$，$a^2=\frac{b}{b-2}=\sqrt{5}+2$时，$AB$有最小值.

15、（1）由$\frac{4}{x+1}>1$得$-1<x<3$

即$A=\{x|-1<x<3\}$，…………2分

当$m=2$时，由$(x-6)(x-1)>0$得$x>6$或$x<1$ …………4分

所以$A\cup B=\{x\,|\,x<3或x>6\}$ …………7分

（2）由$(x-m-4)(x-m+1)>0$得$x>m+4$或$x<m-1$

即$B=\{x\,|\,x>m+4或x<m-1\}$ …………9分

因为$A\cap B=\varnothing$，所以$\begin{cases}3\le m+4\\-1\ge m-1\end{cases}$，…………12分

即$-1\le m\le 0$. …………14分

16、（1）因为$\vec{m}\perp\vec{n}$，所以$\cos B(\sin C-2\sin A)+\sin B\cos C=0$，

即：$\sin(B+C)-2\cos B\sin A=\sin A(1-2\cos B)=0$ …………3分

因为$A\in(0,\pi)$，所以$\sin A\ne 0$，故$\cos B=\frac{1}{2}$，…………5分

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{3}$. …………7分

（2）由（1）可知，因为$B=\frac{\pi}{3}$，$b=\sqrt{13}$，

所以$13=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}=a^2+c^2-ac$，　①　…………9分

又$a+c=7$，　②

由①②解得$ac=12$ …………11分

所以$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}=ac\cos B=6$ …………14分

17、（1）方法一：圆的方程可化为$(x-4)^2+y^2=10$，直线可设为$y=kx+2$，

即$kx-y+2=0$，圆心M到直线的距离为$d=\dfrac{|4k+2|}{\sqrt{k^2+1}}$，

依题意$d<\sqrt{10}$，即$(4k+2)^2<10(k^2+1)$，解之得：$-3<k<\dfrac{1}{3}$；　　……7 分

方法二：由$\begin{cases} x^2+y^2-8x+6=0 \\ y=kx+2 \end{cases}$可得：$(k^2+1)x^2+4(k-2)x+10=0$，

依题意$\Delta=[4(k-2)]^2-40(k^2+1)>0$，　解之得：$-3<k<\dfrac{1}{3}$.

（2）方法一：因为$ON//MP$，且MP斜率为$-\dfrac{1}{2}$，故直线ON：$y=-\dfrac{1}{2}x$，

由$\begin{cases} y=-\dfrac{1}{2}x \\ y=kx+2 \end{cases}$可得$N(-\dfrac{4}{2k+1},\dfrac{2}{2k+1})$，

又N是AB中点，所以$MN\perp AB$，即$\dfrac{\dfrac{2}{2k+1}}{-\dfrac{4}{2k+1}-4}=-\dfrac{1}{k}$，解之得：$k=-\dfrac{4}{3}$.　　……15 分

方法二：设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$N(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})$

由$\begin{cases} x^2+y^2-8x+6=0 \\ y=kx+2 \end{cases}$可得：$(k^2+1)x^2+4(k-2)x+10=0$，所以$x_1+x_2=-\dfrac{4(k-2)}{k^2+1}$，

又$ON//MP$，且MP斜率为$-\dfrac{1}{2}$，

所以$\dfrac{\dfrac{y_1+y_2}{2}}{\dfrac{x_1+x_2}{2}}=-\dfrac{1}{2}$，即$\dfrac{y_1+y_2}{x_1+x_2}=-\dfrac{1}{2}$，也就是$\dfrac{k(x_1+x_2)+4}{x_1+x_2}=-\dfrac{1}{2}$，

所以$\dfrac{k(-\dfrac{4(k-2)}{k^2+1})+4}{-\dfrac{4(k-2)}{k^2+1}}=-\dfrac{1}{2}$，解之得：$k=-\dfrac{4}{3}$.

方法三：点N的坐标同时满足$\begin{cases} y=kx+2 \\ y=-\dfrac{1}{2}x \\ \dfrac{y}{x-4}=-\dfrac{1}{k} \end{cases}$，解此方程组，消去$x,y$可得$k=-\dfrac{4}{3}$.

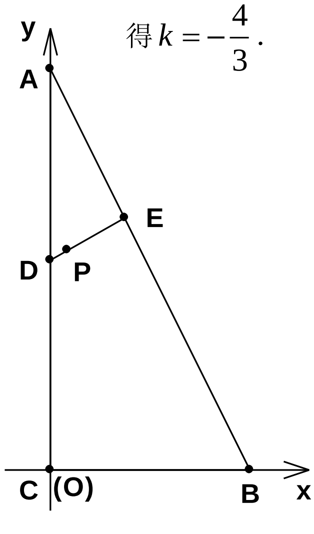
18、解法一：以 C 为坐标原点，CB 所在直线为x轴，
CA 所在直线为y轴建立直角坐标系，……2 分

则$C(0,0)$，$A(0,180)$，$B(90,0)$，$P(10,100)$，$D(0,d)$.

DE 直线方程：$y-100=\dfrac{d-100}{-10}(x-10)$，①……4 分

AB 所在直线方程为$2x+y=180$，②……6 分

解①、②组成的方程组得，$x_E=\dfrac{10d-1800}{d-120}$，……8 分



$\because$ 直线 DE 经过点 B 时 $d=\dfrac{225}{2}$，$\therefore 0<d<\dfrac{225}{2}$，

$S_{\triangle ADE}=\dfrac{1}{2}AD\cdot|x_E|=\dfrac{1}{2}\cdot(180-d)\cdot\dfrac{10d-1800}{d-120}$……10 分

$=5\cdot\dfrac{(180-d)^2}{120-d}$，设 $120-d=t\in(\dfrac{15}{2},120)$，

$S_{\triangle ADE}=5\cdot\dfrac{(60+t)^2}{t}=5\cdot(t+\dfrac{3600}{t}+120)$，

$\because t+\dfrac{3600}{t}\ge 120$（当且仅当 $t=60$，即 $k=4$ 时取等号），此时 $d=120-t=60$，

$\therefore$ 当 d =60 时，绿化面积最小，从而运动区域面积最大． ………………………15 分

解法二：如图，分别过点 P,E 作 AC 的垂线，垂足为 Q,F，设 $EF=h$，则

若如图 1 所示，则 $PQ=10,CQ=100,DQ=100-d$，

由 $\Delta AFE\sim\Delta ACB$ 得 $\dfrac{AF}{180}=\dfrac{h}{90}$，即 $AF=2h$，从而 $CF=180-2h$，$DF=180-2h-d$，

由 $\Delta DPQ\sim\Delta DEF$ 得 $\dfrac{10}{h}=\dfrac{100-d}{180-2h-d}$，

解得 $h=\dfrac{1800-10d}{120-d}$

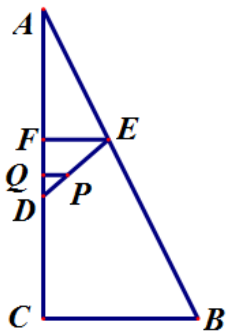


图1

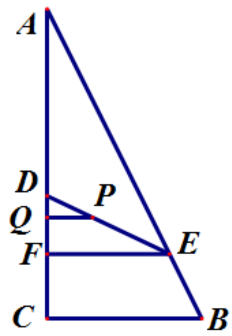


图2

（若如图 2 所示，则 $PQ=10,CQ=100,DQ=d-100$，

$AF=2h$，$CF=180-2h$，$DF=2h+d-180$，

由 $\Delta DPQ\sim\Delta DEF$ 得 $\dfrac{10}{h}=\dfrac{100-d}{180-2h-d}$，

解得 $h=\dfrac{1800-10d}{120-d}$）

由 $0<h<90$ 得 $0<d<\dfrac{225}{2}$，

由 $S_{\triangle ADE}=\dfrac{1}{2}AD\cdot h=\dfrac{1}{2}\cdot(180-d)\cdot\dfrac{10d-1800}{d-120}$（下同解法一）

19、（1）依题意，$2b=\dfrac{1}{3}\cdot 2a$，则 $a=3b$，

$\therefore c=\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{2}b$，又 $\dfrac{a^2}{c}-c=\dfrac{b^2}{c}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，$\therefore b=1$，则 $a=3$，$\therefore$ 椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$．……4 分

（2）①由题意知直线 PE,ME 的斜率存在且不为 0，设直线 PE 的斜率为 k，则 PE：$y=kx-1$，

由 $\begin{cases} y=kx-1, \\ \dfrac{x^2}{9}+y^2=1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\dfrac{18k}{9k^2+1}, \\ y=\dfrac{9k^2-1}{9k^2+1}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=0, \\ y=-1, \end{cases}$ $\therefore P(\dfrac{18k}{9k^2+1},\dfrac{9k^2-1}{9k^2+1})$，……6 分

用 $-\dfrac{1}{k}$ 去代 k，得 $M(\dfrac{-18k}{k^2+9},\dfrac{9-k^2}{k^2+9})$，

方法 1：$k_{PM}=\dfrac{\dfrac{9k^2-1}{9k^2+1}-\dfrac{9-k^2}{k^2+9}}{\dfrac{18k}{9k^2+1}+\dfrac{18k}{k^2+9}}=\dfrac{k^2-1}{10k}$，

$\therefore PM$：$y-\dfrac{9-k^2}{k^2+9}=\dfrac{k^2-1}{10k}(x+\dfrac{18k}{k^2+9})$，即 $y=\dfrac{k^2-1}{10k}x+\dfrac{4}{5}$，$\therefore$ 直线 PM 经过定点 $T(0,\dfrac{4}{5})$．

方法 2：作直线l关于y轴的对称直线l'，此时得到的点P'、M'关于y轴对称，则PM与$P'M'$相交于y轴，可知定点在y轴上，

当$k=1$时，$P(\frac{9}{5},\frac{4}{5})$，$M(-\frac{9}{5},\frac{4}{5})$，此时直线$PM$经过$y$轴上的点$T(0,\frac{4}{5})$，

$$\because k_{PT}=\frac{\frac{9k^2-1}{9k^2+1}-\frac{4}{5}}{\frac{18k}{9k^2+1}}=\frac{k^2-1}{10k}, k_{MT}=\frac{\frac{9-k^2}{k^2+9}-\frac{4}{5}}{-\frac{18k}{k^2+9}}=\frac{k^2-1}{10k},$$

$\therefore k_{PT}=k_{MT}$，$\therefore P$、M、T三点共线，即直线PM经过点T，

综上所述，直线PM经过定点$T(0,\frac{4}{5})$． ………………………………………10 分

②由$\begin{cases}y=kx-1,\\x^2+y^2=1,\end{cases}$得$\begin{cases}x=\frac{2k}{1+k^2},\\y=\frac{k^2-1}{k^2+1},\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=-1,\end{cases}$ $\therefore A(\frac{2k}{1+k^2},\frac{k^2-1}{k^2+1})$，则直线$AB$：$y=\frac{k^2-1}{2k}x$，

设$t=\frac{k^2-1}{10k}$，则$t\in R$，直线PM：$y=tx+\frac{4}{5}$，直线AB：$y=5tx$， …… 13 分

假设存在圆心为$(m,0)$，半径为$\frac{3\sqrt{2}}{5}$的圆G，使得直线PM和直线AB都与圆G相交，

则$\begin{cases}\frac{|5tm|}{\sqrt{1+25t^2}}<\frac{3}{5}\sqrt{2}, & (i)\\ \frac{|mt+\frac{4}{5}|}{\sqrt{1+t^2}}<\frac{3}{5}\sqrt{2}, & (ii)\end{cases}$ 由（i）得$25t^2(m^2-\frac{18}{25})<\frac{18}{25}$对$t\in R$恒成立，则$m^2\le\frac{18}{25}$，

由（ii）得，$(m^2-\frac{18}{25})t^2+\frac{8}{5}mt-\frac{2}{25}<0$对$t\in R$恒成立，

当$m^2=\frac{18}{25}$时，不合题意；当$m^2<\frac{18}{25}$时，$\Delta=(\frac{8}{5}m)^2-4(m^2-\frac{18}{25})(-\frac{2}{25})<0$，得$m^2<\frac{2}{25}$，即$-\frac{\sqrt{2}}{5}<m<\frac{\sqrt{2}}{5}$，

$\therefore$存在圆心为$(m,0)$，半径为$\frac{3\sqrt{2}}{5}$的圆G，使得直线PM和直线AB都与圆G相交，所有m的取值集合为$(-\frac{\sqrt{2}}{5},\frac{\sqrt{2}}{5})$． ……………………………………………………………………16 分

解法二：圆$G:(x-m)^2+y^2=\frac{18}{25}$，由上知$PM$过定点$(0,\frac{4}{5})$，故$m^2+(\frac{4}{5})^2<\frac{18}{25}$；又直线$AB$过原点，故$G:m^2+0^2<\frac{18}{25}$，从而得$m\in(-\frac{\sqrt{2}}{5},\frac{\sqrt{2}}{5})$．

20、解：（1）方法一：$f(x)>3x$在$(1,+\infty)$上恒成立，即为$(a-3)x^2+6x+2>0$在$(1,+\infty)$上恒成立，

①$a=3$时，结论成立；

②$a>3$时，函数$h(x)=(a-3)x^2+6x+2$图象的对称轴为$x=-\frac{6}{2(a-3)}<0$，

所以函数$h(x)=(a-3)x^2+6x+2$在$(1,+\infty)$单调递增，

依题意$h(1)>0$，即$a>-5$，所以$a>3$；

③$a<3$不合要求，

综上可得，实数a的取值范围是$a\ge 3$． ………………………………………………4 分

方法二：$f(x)>3x$在$(1,+\infty)$上恒成立等价于$a>-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{6}{x}+3$，

令$h\left(x\right)=-\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{6}{x}+3=-2\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{15}{2}$

因为$x>1$，所以$0<\dfrac{1}{x}<1$，故$-5<h\left(x\right)<3$所以$a\ge 3$．

（2）$f'(x)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{x^2}$　设$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，过点P_1,P_2的两切线互相平行，

则$\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{x_1^2}=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{x_2^2}$，所以$x_1=x_2$（舍去），或$x_1=-x_2$，

过点P_1的切线l_1：$y-y_1=f'(x_1)(x-x_1)$，即$f'(x_1)x-y+f(x_1)-x_1f'(x_1)=0$，……6 分

过点P_2的切线l_2：$f'(x_2)x-y+f(x_2)-x_2f'(x_2)=0$

两平行线间的距离是$d=\dfrac{|f(x_1)-f(x_2)-x_1f'(x_1)+x_2f'(x_2)|}{\sqrt{1+[f'(x_1)]^2}}$

$$=\frac{2|(\frac{3}{4}x_1+\frac{2}{x_1})-x_1(\frac{3}{4}-\frac{2}{x_1^2})|}{\sqrt{1+(\frac{3}{4}-\frac{2}{x_1^2})^2}}=\frac{\frac{8}{|x_1|}}{\sqrt{\frac{25}{16}-\frac{3}{x_1^2}+\frac{4}{x_1^4}}}=\frac{8}{\sqrt{\frac{25}{16}x_1^2+\frac{4}{x_1^2}-3}},$$

因为$\dfrac{25}{16}x_1^2+\dfrac{4}{x_1^2}\ge 2\sqrt{\dfrac{25}{16}x_1^2\cdot\dfrac{4}{x_1^2}}=5$，所以$d\le\dfrac{8}{\sqrt{5-3}}=4\sqrt{2}$

即两平行切线间的最大距离是$4\sqrt{2}$． ………………………………………………10 分

（3）$g(x)=x^2f(x)=ax^3+6x^2+2x$，设$g(x)$存在“好点”$P(x_0,y_0)$，

由$g'(x)=3ax^2+12x+2$，得$h(x)=g'(x_0)(x-x_0)+g(x_0)$，

依题意$\dfrac{g(x)-h(x)}{x-x_0}>0$对任意$x\ne x_0$恒成立，

因为$\dfrac{g(x)-[g'(x_0)(x-x_0)+g(x_0)]}{x-x_0}=\dfrac{[g(x)-g(x_0)]-g'(x_0)(x-x_0)}{x-x_0}$，

$$=\frac{[(ax^3+6x^2+2x)-(ax_0^3+6x_0^2+2x_0)]-(3ax_0^2+12x_0+2)(x-x_0)}{x-x_0}$$

$=[a(x^2+x_0x+x_0^2)+6(x+x_0)+2]-(3ax_0^2+12x_0+2)=ax^2+(ax_0+6)x-(2ax_0^2+6x_0)$，…13 分

所以$ax^2+(ax_0+6)x-(2ax_0^2+6x_0)>0$对任意$x\ne x_0$恒成立，

①若$a\le 0$，$ax^2+(ax_0+6)x-(2ax_0^2+6x_0)>0$不可能对任意$x\ne x_0$恒成立，

即$a\le 0$时，不存在“好点”；

②若$a>0$，因为当$x=x_0$时，$ax^2+(ax_0+6)x-(2ax_0^2+6x_0)=0$，

要使$ax^2+(ax_0+6)x-(2ax_0^2+6x_0)>0$对任意$x\ne x_0$恒成立，

必须$\Delta=(ax_0+6)^2+4a(2ax_0^2+6x_0)\le 0$即$(ax_0+2)^2\le 0$，所以$x_0=-\dfrac{2}{a}$，

综上可得，当$a\le 0$时，不存在“好点”；当$a>0$时，存在惟一“好点”为$(-\dfrac{2}{a},\dfrac{16-4a}{a^2})$．…16 分