

# 含绝对值的二次函数问题

仪征中学

邗迎春

## 复习要点:

本节课复习的重点是含绝对值的二次函数问题, 主要涉及二次函数最值问题、恒成立问题、零点问题, 其中准确分类、数形结合是关键。

## 热身训练：

1、对  $\forall x \in [1, 2]$ ， $x/|x-m| \leq 2$  恒成立，实数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

2、已知函数  $f(x) = |x^2 + 3x|$ ， $x \in \mathbf{R}$ . 若方程  $f(x) - a|x-1| = 0$  恰有 4 个互异的实数根，则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

3、若关于  $x$  的不等式  $3 - |x-a| > x^2$  至少有一个负数解，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 例题研究：

1、设实数  $m \geq 1$ ，不等式  $x|x-m| \geq m-2$  对  $\forall x \in [1, 3]$  恒成立，则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

2、已知函数  $f(x) = x^2 - 1$ ， $g(x) = a|x-1|$ .

(1) 若关于  $x$  的方程  $|f(x)| = g(x)$  只有一个实数解，求实数  $a$  的取值范围；

(2) 若  $x \in R$  时，不等式  $f(x) \geq g(x)$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围；

(3) 求函数  $h(x) = |f(x)| + g(x)$  在区间  $[-2, 2]$  上的最大值.

反思提炼：

分类讨论、数形结合

## 检测巩固

1、已知  $f(x) = |x^2 - 8|$ ,  $a < b < 0$ ,  $f(a) = f(b)$ , 则  $a^2b$  的最小值\_\_\_\_\_.

2、已知函数  $f(x) = |x^2 - 4| + a|x - 2|$ ,  $x \in [-3, 3]$ , 若  $f(x)$  的最大值是 0, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

3、设函数  $f(x) = x^2 - |x^2 - ax - 9|$  在区间  $(-\infty, -3)$  和  $(3, +\infty)$  单调递增, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

4、已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq 0 \\ e^x - 5, & x > 0 \end{cases}$ , 若关于  $x$  的方程  $|f(x)| - ax - 5 = 0$  恰

有三个不同的实数解, 则满足条件的所有实数  $a$  的取值集合为\_\_\_\_\_.