

§ 2.1 第二课时 函数的定义域与值域

复习目标

1. 会求函数的定义域；
2. 熟练掌握函数值域的求法；
3. 已知函数定义域或值域求相关参数.

课前热身

1. 函数 $y = \frac{\sqrt{-x^2+2x+3}}{\lg(x+1)}$ 的定义域为()

- A. $(-1, 3]$ B. $(-1, 0) \cup (0, 3]$ C. $[-1, 3]$ D. $[-1, 0) \cup (0, 3]$

2. 如果函数 $f(x) = \ln(-2x+a)$ 的定义域为 $(-\infty, 1)$, 那么实数 a 的值为()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

3. 设函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 A, 函数 $y = \ln(1-x)$ 的定义域为 B, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(1, 2)$ B. $(1, 2]$ C. $(-2, 1)$ D. $[-2, 1)$

4. 若函数 $y = x^2 - 3x - 4$ 的定义域为 $[0, m]$, 值域为 $\left[-\frac{25}{4}, -4\right]$, 则实数 m 的取值范围是()

- A. $(0, 4]$ B. $\left[-\frac{25}{4}, -4\right]$ C. $\left[\frac{3}{2}, 3\right]$ D. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

5. 已知函数 $y = f(x^2 - 1)$ 的定义域为 $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$, 则函数 $y = f(x)$ 的定义域为_____.

6. 函数 $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$ 的值域是_____.

知识梳理

典例研究

考点一 函数的定义域

例 1. (1) 函数 $y = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x}$ 的定义域是 ()

- A. $[-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $[-1, 0) \cup (0, 1]$ C. $(-1, 0) \cup (0, 1]$ D. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

(2) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 0)$ ，则函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ C. $(-1, 0)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

考点二 函数的值域

例 2. 求下列函数的值域.

(1) $y = \frac{1-|x|}{1+|x|}$;

(2) $y = \sqrt{-2x^2+x+3}$;

(3) $y = \frac{x^2+x+1}{x}$;

(4) $y = x - \sqrt{1-2x}$;

(5) $y = x + \sqrt{1-x^2}$;

(6) $y = |x+1| + |x-2|$.

引申：已知函数 $f(x) = \frac{x^2+2x+a}{x}$, $x \in [1, +\infty)$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

(2) 若对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立，试求实数 a 的取值范围.

考点三 定义域与值域的应用

例 3. (1) 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$, 则函数 $y = 4\sin^2 x - 12\sin x - 1$ 的最大值为_____, 最小值为_____.

(2) 已知函数 $f(x) = \lg [(a^2 - 1)x^2 + (a + 1)x + 1]$.

①若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围;

②若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

课堂小结

跟踪反馈

1. 函数 $f(x) = \sqrt{4 - 4^x} + \ln(x + 4)$ 的定义域为_____.

2. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, 则函数 $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) + f(x - 1)$ 的定义域为()

A. $(-2, 0)$ B. $(-2, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

3. 函数 $y = x + \sqrt{1 - 2x}$ 的值域是_____.

4. 设 $F(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} - 2a\left(x - \frac{4}{x}\right)$, $x \in [1, 2]$, $a \in \mathbf{R}$, 则函数 $F(x)$ 的最小值 $g(a)$ 为_____.

5. 已知函数 $y = \sqrt{mx^2 - 6mx + m + 8}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 m 变化时, 若 y 的最小值为 $f(m)$, 求函数 $f(m)$ 的值域.

6. 已知函数 $f(x) = x^2 + 4ax + 2a + 6$.

(1) 若 $f(x)$ 的值域是 $[0, +\infty)$, 求 a 的值;

(2) 若函数 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求 $g(a) = 2 - a|a - 1|$ 的值域.

纠错补偿

1. 订正： 题号

2. 补偿训练: