

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科
期中综合小练 (1)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____ 日期: _____

一、单选题 (本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.)

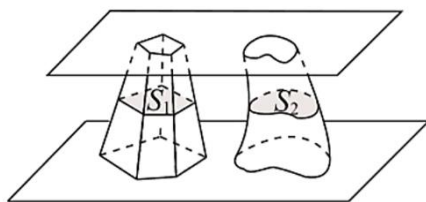
1. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 以 x 轴的非负半轴为始边, 且点 $P(-1, \sqrt{2})$ 在角 α 的终边上, 则 $\cos \alpha =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

2. 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | \log_2 x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $(-1, 2)$ B. $(-1, 3)$
C. $(2, 3)$ D. $(-1, +\infty)$

3. 南北朝时期的伟大数学家祖暅在数学上有突出贡献, 他在实践的基础上提出祖暅原理: “幂势既同, 则积不容异”. 其含义是夹在两个平行平面之间的两个几何体, 被平行于这两个平行平面的任意平面所截, 如果截得两个截面的面积总相等, 那么这两个几何体的体积相等. 如图, 夹在两个平行平面之间的两个几何体的体积分别为 V_1 、 V_2 , 被平行于这两个平面的任意平面截得的两个截面面积分别为 S_1 、 S_2 , 则命题 P : “ V_1 、 V_2 相等”是命题 q : “ S_1 、 S_2 总相等”的 ()



- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知平面 α, β, γ , 直线 m, n , 则下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m // n$
B. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m \perp n$
C. 若 $\alpha \cap \beta = l, m // \alpha, m // \beta$, 则 $m // l$
D. 若 $\alpha \cap \beta = l, m \subset \alpha, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$

5. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的图象连续不断, 有下列四个命题:

- 甲: $f(x)$ 是奇函数;
乙: $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称;
丙: $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上单调递减;
丁: 函数 $f(x)$ 的周期为 2.

如果只有一个假命题, 则该命题是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. 已知实数 $a, b, c \in R$ 满足 $\frac{\ln a}{e^a} = \frac{b}{e^b} = -\frac{c}{e^c}, b > 1$, 则 a, b, c 大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

二、多选题（本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分.全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分.）

7. 下列说法正确的是（ ）

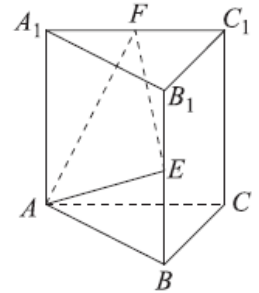
A. $x > 3$ 是 $x^2 > 4$ 的充分不必要条件

B. “ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0 + \frac{1}{x_0} \geq 2$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} > 2$ ”

C. 钝角一定是第二象限角

D. 定义在 $[a, b]$ 上的偶函数 $f(x) = x^2 + (a+5)x + b$ 的最大值为 30.

8. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AC = BC = CC_1 = 6$ ， $AC \perp BC$ ， E, F 分别为 BB_1, A_1C_1 的中点，过点 A, E, F 作三棱柱的截面 α ，则下列结论中正确的是（ ）



A. 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 外接球的表面积为 106π

B. $BC_1 // \alpha$

C. 若 α 交 B_1C_1 于 M ，则 $EM = \sqrt{13}$

D. α 将三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 分成体积较大部分和体积较小部分的体积比为 13:5

三、填空题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.）

9. 已知 $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{2}$ ，则 $\tan \alpha =$ _____.

10. 若实数 x, y 满足 $\lg x + \lg y = \lg(x + y)$ ，则 xy 的最小值为_____.

11. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，且 $f(4) = 0$ ，则不等式 $xf(x+1) > 0$ 的解集为_____.

四、解答题（本题共 3 小题，计 36 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

12. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $(2b - c)\cos A = a\cos C$.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $a = 2\sqrt{6}$ ， $c = 4$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

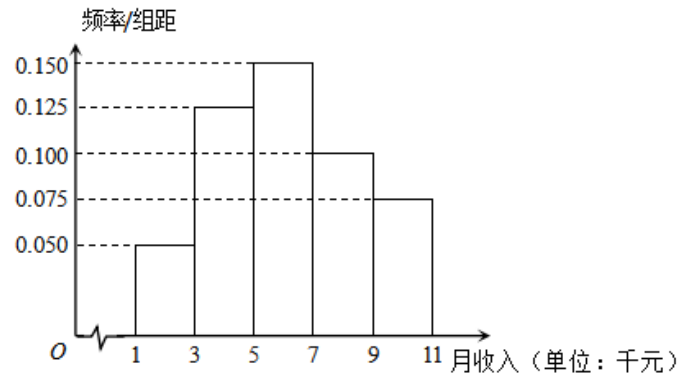
13. 在① $\tan \alpha = 4\sqrt{3}$, ② $7 \sin 2\alpha = 8\sqrt{3} \cos \alpha$, ③ $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 中任选一个条件, 补充在下面问题中, 并解决问题.

已知 $0 < \beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$, _____, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{13}{14}$.

(1) 求 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6})$;

(2) 求 β .

14. 下图是随机调查某城市1000名有固定工作的市民月收入状况所得的频率分布直方图：



(1) 以频率估计概率，在该市任取一人，其月收入以所在区间的中点值为代表，记为 X ，求 X 的分布列、数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ (计算结果保留小数点后一位).

(2) 从频率分布直方图上看，该市具有固定工作的市民月收入近似服从正态分布，以样本估计总体的思想，用样本的数学期望估计 μ ，用样本的方差估计 σ^2 ，就上述正态分布求解下列问题：

① 计算该市具有固定工作的市民月收入不低于 8500 元的概率；

② 在该市任取 100 名具有固定工作的市民，记这 100 人中月收入不低于 8500 元的人数为 Y ，求 Y 的数学期望 (结果保留整数).

附：若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则 $p(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826$ ， $p(2\mu - \sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$ ；参

考数据： $0.05 \times 4.1^2 + 0.125 \times 2.1^2 + 0.15 \times 0.1^2 + 0.1 \times 1.9^2 + 0.075 \times 3.9^2 = 2.9$ ，

$\sqrt{2.8} = 1.7$, $\sqrt{5.8} = 2.4$, $\sqrt{6} = 2.5$