

基于学生说题的高中数学习题讲评课型探索

● 江苏省江阴市第一中学 巫 斌

传统习题讲评课中,教师独占讲台传授“解题经验”和“有序策略”,学生处于被动接受的地位,无法获得知识漏缺的补充,无法实现知识的迁移.而让学生讲解习题,即“说题”可以让讲解者在自己思维的最近发展区搭建思维脚手架,实现思维的螺旋上升,同时也可以为倾听的学习伙伴提供思维源泉,从而实现“双赢”,显然这样的教学策略所达到的效果更胜一筹.在近期的习题讲评课中,笔者一改往日的教学策略,采用“学生说题教学法”这一教学方法,对这一日臻成熟的教学方法师生都十分期待,以期为读者的教学提供帮助.

一、学生说题法的含义

所谓“学生说题法”,是一种新型的双边教学方式,由学生充当解说者的角色,首先由讲解者以“说话”的方式对自己的审题、分析、解题思路、解题过程、解题感悟以及对习题的评价等做出详尽的解说,然后由学习伙伴或教师进行评说.这一活动的重心在于解说,它是以习题本身的知识内涵为基础,以口述为主要形式,对某个问题进行深入研究的一种教学方法.

二、学生说题法的实践

对于说题,不同的课型有不同的要求,习题讲评课中,更侧重解说的过程,不仅可以提高学生的课堂参与度,还有效纠正了学生的思维偏差,同时提升了学生的解题能力,更重要的是对学生思维活跃度的提升意义重大.一般来说,学生可以从以下方面展开说题:

1. 说“意图”

布鲁纳认为:“认识是一个过程,而并非一种产品.”由此可见,任何课型都需要让学生明晰教学目标,并达成教学目标.而习题讲评课是以习题为载体的一种课型,要明晰教学目标,首先自然需要与命题者进行思想交流,也就是让学生揣摩出命题意图,才能在解题中准确切中答题要义,完善解题路径.因此,在说题中,指定一名学生,对给定的典型问题在深入探究和仔细思考的基础上,剖析命题者的思想,然后

在解说中向同伴和教师展示.

例 1 已知 $f(x) = \frac{1}{2^x + \sqrt{2}}$, 根据推导等差数列前 n 项和的公式, 试求出 $f(-5) + f(-4) + \dots + f(0) + \dots + f(5) + f(6)$ 的值.

在解决本题时,倘若学生无法准确把握命题意图,则会逐一探求 $f(-5), f(-4), \dots, f(5), f(6)$, 再求和得出结果,这样一来,不仅大大增加了本题的计算量,也易因为计算烦琐而导致错误.事实上,经过分析可以看出本题的启发性提示语是“运用等差数列前 n 项和的公式”的推导方法,为解题提供了思维的引导作用.因此,从命题者的思路着手,解决本题就需要明晰“倒序求和”的本质,以及“倒序求和”的关键点.一般来说,若所求的数列具有“到首尾距离相等的两项之和有其共性”,则首选运用“倒序求和”的策略.本题的正确路径可以从函数的性质着手寻找规律,以解 $f(x) - f(1-x)$ 为突破口,不难证明 $f(x) + f(1-x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 借助“倒序求和”,即可得出 $S = 3\sqrt{2}$.

2. 说“审题”

不少教师认为,让学生说题不需要说审题过程,事实上“学生说题教学法”不是不需要表达审题的过程,反之对审题过程的解说提出了更多的要求.众所周知,审题是解题的前提,也是正确解题的关键一步,这一步一旦实施得不准确,解题又从何谈起?当然,说题中学生说审题过程并非一字不漏地读题,而是读、思、辩等多方面融合的过程,来甄别关键信息和有效条件,排除干扰信息,有利于学生主动探究、独立思考 and 自主学习习惯的养成,提高解题能力.

例 2 回归分析问题中,可以对数变换的方式将非线性回归方程 $y = c_1 e^{c_2 x}$ ($c_1 > 0$) 转变为线性回归方程,即两边同时取对数,令 $z = \ln y$, 则有 $z = c_2 x + \ln c_1$. 类比以上方法,试求出函数 $y = x^{\log_2 4x}$ 的取值范围.

经过深入审题,可以得出本题中的关键信息是“两边同时取对数”,为解题提供了正确的方法,这种方法的渗透,则是让学生去参照和借鉴解题过程,倘

若学生抓住这一关键性信息,依葫芦画瓢取函数 $y = x^{\log_2 4x}$ 两边的对数,即可得出 $\log_2 y = \log_2 (x^{\log_2 4x})$,整理后可得 $\log_2 y = \log_2^2 x + 2\log_2 x = (\log_2 x + 1)^2 - 1 \geq -1$,则 $y \geq \frac{1}{2}$.这种推理类问题是新课程改革的产物,也是近年来逐步兴起的一种创新性试题.此类问题的典型特征就是着手于题干的审视,着眼于方法与过程的类比,为解题者指明解题方向,充分体现了新课标中“学习即创造”的理念.本题的命题意图在于考查学生对对数运算知识和类比推理思想的掌握,在说题教学中,解说者可以从以上两个方面着手进行解说,先说一说类比材料,再解说问题的审题过程,即可完整阐述审题过程,实现正确解题.

3.说“联系”

试题中所涉知识、知识的选择和调度是答题的重点,也是解决数学问题的灵魂.倘若说“审题”是正确答题的前提,那么说“联系”则是完善答题路径的源泉.学生只有准确定位问题的指向,深度把握材料,并能准确选择知识结构与内容,最好是说出具体运用的知识点,才能真正意义上说出“联系”,从而通过自身的体验获得对学习的认知,将外在的知识内化为自身的能力.

例3 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的半焦距为 c ,原点 O 到经过两点 $(0, b), (c, 0)$ 的直线距离为 $\frac{1}{2}c$.

(1) 试求出该椭圆的离心率;

(2) 如图1,若椭圆 E 过点 A 和 B ,且 AB 为圆 $M: (x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ 的一条直径,试求出椭圆 E 的方程.

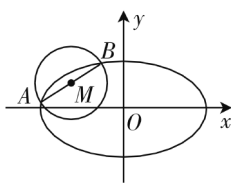


图1

本题所涉知识点较多,有直线方程、点到直线距离公式、椭圆的几何性质、椭圆方程、圆的方程、直线与圆的位置关系、直线与圆锥曲线的位置关系等,解说者只有——将以上知识点分析和归纳出来,才能更好地解题.

4.说“步骤”

在日常考试中,我们经常可以看到一些学生知识的运用较为贴切,而得分却不尽如人意.究其根本,在于他们的解题步骤上存在或多或少的的问题和偏差.因此,说“步骤”在说题教学中较为关键,是帮助学生得分的重要因素.

例4 运用数学归纳法证明:当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时,有 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \times (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$.

本题可以这样说题:从本题的问题类型着手,首先找寻到本题的命题关键“先看项”,从而对等式两边的构成有一个很好的认识,找寻到隐含的规律,并明晰以下问题:①等式两边各有几项,②项数与 n 的值是否相关,③从 $n=k$ 至 $n=k+1$ 等式两边会增加多少项,增加的项是什么样的.证明本题时步骤上需注意:第一步中在思考“取 n 的第一个值的命题形式”中,需将第一个值代入通项,并考查该命题是否为真;第二步在从 $n=k$ 向 $n=k+1$ 递推的过程中,需采用归纳假设;与此同时,在证明第二步时还需凸显“凑”假设和“凑”结论的过程.

三、实施学生说题法的思考

梳理学生说题法的应用历程,可以看出其为习题讲评课带来的教学效能,足以见得学生说题法已渐渐渗透到习题讲评教学之中,并与习题教学融为一体.笔者认为,在当前如火如荼的教学实施下,还需关注到以下问题:

1.精选说题内容

教师在将学生说题法渗透到习题讲评中时,首先应着眼于从精选典型习题入手,从学生数学能力和数学思想的展望出发,以提升他们多角度分析和解决问题的能力为着眼点,以帮助学生掌握多种说题方法为落脚点,让说题资源在链接学生解题经验和说题过程间起到良好的桥梁作用.

2.创新说题方法

在先进教学理念的指引下,教师可以根据学生的具体学情,创设良好的说题氛围,设计独具特色的说题方法,实施创新说题的有益尝试.随着微课等先进教学理念进入课堂,为学生的创新说题创造了更多的机会,而教师唯有立足学生的实际,深入探究说题的方法,通过转变理念和创新形式,才能在根本上推动学生说题法在习题讲评中落地生根.

3.注重参与广泛性

每个学生的智力和能力都是具有差异的,在语言表达方面也不可能完全一致.教师可以分化复杂问题,鼓励和点拨学生去合作交流,通过协同配合来共同完成说题过程,从而有效防止教学活动变成少数优等生的天下,以确保每个学生都能参与到说题活动中去,保证参与者的广泛性.例如,可以通过让思维能力强强的学生提供思路,让表达能力强的学生展示说题,来营造更加美好的说题氛围. 