高三数学试题

一、单项选择题

1.已知 $A=\{x\mid -1\le x<3\}$， $B=\{0,2,4,6\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{0,2\}$　　B. $\{-1,0,2\}$　　C. $\{x\mid 0\le x\le 2\}$　　D. $\{x\mid -1\le x\le 2\}$

2.已知复数 z 满足 $z(1+i)=3+4i$，则 $|z|=$(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

3.已知 $x\in\mathbf{R}$，则“$\left(\frac{1}{2}\right)^x>1$”是“$-2<x<-1$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4.$\left(2-\sqrt{x}\right)^8$展开式中 x^4 项的系数为（　　）

A. 16　　B. 1　　C. 8　　D. 2

5.已知向量 $\vec{a}=(x,2)$，$\vec{b}=(2,y)$，$\vec{c}=(2,-4)$，且 $\vec{a}//\vec{c}$，$\vec{b}\perp\vec{c}$，则 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=$(　　)

A. 3　　B. $\sqrt{10}$　　C. $\sqrt{11}$　　D. $2\sqrt{3}$

6.已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，准线为 l，P 为该抛物线上一点，$PA\perp l$，A 为垂足.若直线 AF 的斜率为 $-\sqrt{3}$，则 $\triangle PAF$ 的面积为(　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. 8　　D. $8\sqrt{3}$

7.已知 $\left(\frac{1}{3}\right)^a=\log_3 a$，$3^b=\log_{\frac{1}{3}} b$，$\left(\frac{1}{3}\right)^c=\log_{\frac{1}{3}} c$，则 a，b，c 的大小关系是(　　)

A. $c<b<a$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

8.已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 的图象过点 $A\left(\frac{\pi}{6},2\right)$，则(　　)

A. 把 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $y=2\sin 2x$ 的图象

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上单调递减

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 内有五个零点

D. 函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$ 上的最小值为 1

二、多项选择题

9.已知双曲线 C： $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-5,0)$， $F_2(5,0)$，则能使双曲线 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的是(　　)

A. 离心率为 $\dfrac{5}{4}$

B. 双曲线过点 $\left(5,\dfrac{9}{4}\right)$

C. 渐近线方程为 $3x\pm 4y=0$

D. 实轴长为 4

10.已知菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60^\circ$， AC 与 BD 相交于点 O，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使顶点 A 至点 M，在折起的过程中，下列结论正确的是(　　)

A. $BD\perp CM$

B. 存在一个位置，使 $\triangle CDM$ 为等边三角形

C. DM 与 BC 不可能垂直

D. 直线 DM 与平面 BCD 所成的角的最大值为 60°

11.已知定义在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上的函数 $f\left(x\right)$ 的导函数为 $f'\left(x\right)$，且 $f\left(0\right)=0$， $f'(x)\cos x+f(x)\sin x<0$，则下列判断中正确的是(　　)

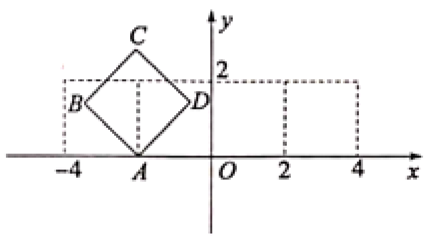
A. $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)<\dfrac{\sqrt{6}}{2}f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

B. $f\left(\ln\dfrac{\pi}{3}\right)>0$

C. $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

D. $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)>\sqrt{2}f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$

12.在平面直角坐标系 xOy 中，如图放置的边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿 x 轴滚动（无滑动滚动），点 D 恰好经过坐标原点，设顶点 $B\left(x,y\right)$ 的轨迹方程是 $y=f\left(x\right)$，则对函数 $y=f\left(x\right)$ 的判断正确的是(　　)



A. 函数 $y=f\left(x\right)$ 是奇函数

B. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f\left(x+4\right)=f\left(x-4\right)$

C. 函数 $y=f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[0,2\sqrt{2}\right]$

D. 函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left[6,8\right]$ 上单调递增

三、填空题

13.曲线 $y=(x+1)e^{x}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的方程为_________.

14.已知 $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{1-\cos 2\alpha}=1$，$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{3}$，则 $\tan\beta=$________.

15.在四面体 $S-ABC$ 中，$SA=SB=2$，且 $SA\perp SB$，$BC=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{3}$，则该四面体体积的最大值为________，该四面体外接球的表面积为________.

16.在平面直角坐标系 xOy 中，A 为直线 $l:y=3x$ 上在第三象限内的点，$B\left(-10,0\right)$，以线段 AB 为直径的圆 C（C 为圆心）与直线 l 相交于另一个点 D，$AB\perp CD$，则圆 C 的标准方程为________.

四、解答题

17.在 $\triangle ABC$ 中，a，b，c 分别为内角 A，B，C 的对边，且满 $(b-a)(\sin B+\sin A)=c(\sqrt{3}\sin B-\sin C)$.

（1）求 A 的大小；

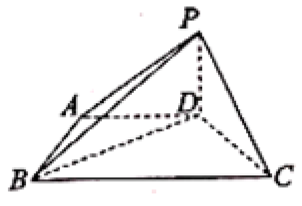
（2）再在① $a=2$，② $B=\dfrac{\pi}{4}$，③ $c=\sqrt{3}b$ 这三个条件中，选出两个使 $\triangle ABC$ 唯一确定的条件补充在下面的问题中，并解答问题.若________，________，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 为公差不为 0 的等差数列，且 $a_2=3$，a_1，a_2，a_5 成等比数列.

（1）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（2）设 S_n 为数列 $\left\{a_n+2\right\}$ 的前 n 项和，$b_n=\dfrac{1}{S_n}$，求数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和 T_n.

19.如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，$AD//BC$，$\angle ABC=90°$，$\angle BCD=45°$，$BC=2AD$.



（1）求证：$BD\perp PC$；

（2）若 $PC=BC$，求平面 PAD 和平面 PBC 所成的角（锐角）的余弦值.

20.近年，国家逐步推行全新的高考制度.新高考不再分文理科，某省采用 $3+3$ 模式，其中语文、数学、外语三科为必考科目，每门科目满分均为 150 分.另外考生还要依据想考取的高校及专业的要求，结合自己的兴趣爱好等因素，在思想政治、历史、地理、物理、化学、生物 6 门科目中自选 3 门参加考试（6 选 3），每门科目满分均为 100 分.为了应对新高考，某高中从高一年级 1000 名学生（其中男生 550 人，女生 450 人）

中，采用分层抽样的方法从中抽取n名学生进行调查，其中，女生抽取45人.

（1）求n的值；

（2）学校计划在高一上学期开设选修中的“物理”和“地理”两个科目，为了了解学生对这两个科目的选课情况，对抽取到的n名学生进行问卷调查（假定每名学生在“物理”和“地理”这两个科目中必须选择一个科目且只能选择一个科目），下表是根据调查结果得到的一个不完整的2×2列联表，请将下面的2×2列联表补充完整，并判断是否有99%的把握认为选择科目与性别有关？说明你的理由；

	选择“物理”	选择“地理”	总计
男生		10	
女生	25		
总计			

（3）在抽取到的45名女生中，按（2）中的选课情况进行分层抽样，从中抽出9名女生，再从这9名女生中抽取4人，设这4人中选择“物理”的人数为X，求X的分布列及期望.附：

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

21.已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，直线$y=\dfrac{3}{2}x$与椭圆$E$在第一象限内的交点是$M$，且$MF_2\perp x$轴，$\overline{MF_1}\cdot\overline{MF_2}=\dfrac{9}{4}$.

（1）求椭圆E的方程；

（2）是否存在斜率为-1的直线l与以线段F_1F_2为直径的圆相交于A，B两点，与椭圆E相交于C，D两点，且$|CD|\cdot|AB|=\dfrac{12\sqrt{13}}{7}$？若存在，求出直线$l$的方程；若不存在，说明理由.

22.已知函数$f(x)=e^x(1+m\ln x)$，其中$m>0$，$f'\left(x\right)$为$f\left(x\right)$的导函数，设$h(x)=\dfrac{f'(x)}{e^x}$，且$h\left(x\right)\geq\dfrac{5}{2}$

恒成立.

（1）求 m 的取值范围；

（2）设函数 $f\left(x\right)$ 的零点为 x_0，函数 $f'\left(x\right)$ 的极小值点为 x_1，求证：$x_0 > x_1$.