怀仁市 2020—2021 学年度上学期期终

高三教学质量调研测试

文科数学答案

一、选择题： BDCBA BCBDB CD

二、填空题：

13、$x-y+1=0$ 14、$-\frac{1}{3}$ 15、$\left[\frac{1}{2},1\right)$ 16、$[2,\sqrt{5}]$

三、解答题：

17、解：若选（1）由 $S_n+S_{n-2}=2(S_{n-1}+1)$ 成立，则 $n\geq 3$， ……………………………3 分

此时 $S_n-S_{n-1}+S_{n-2}-S_{n-1}=2$ 即 $a_n-a_{n-1}=2,(n\geq 3)$ ……………………………6 分

这只能说明数列 $\{a_n\}$ 从第二项开始构成等差数列， ……………………………10 分

所以数列 $\{a_n\}$ 不一定是等差数列，所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式无法确定……………………12 分

若选择（2）$S_{n+1}+2=S_{n+2}-a_{n+1}$ 得 $S_{n+2}-S_{n+1}-a_{n+1}=2$, 即 $a_{n+2}-a_{n+1}=2$ ……………3 分

所以 $a_{n+1}-a_n=2(n\geq 2)$ ……………………………6 分

这只能说明数列 $\{a_n\}$ 从第二项开始构成等差数列， ……………………………10 分

所以数列 $\{a_n\}$ 不一定是等差数列，所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式无法确定……………………12 分

若选择（3）$\frac{S_n}{n}=a_{n+1}-(n+1)$ 可得 $S_n=na_{n+1}-n(n+1)$，于是

$S_{n+1}=(n+1)a_{n+2}-(n+1)\cdot(n+2)$，两式相减得：

$(n+1)a_{n+1}=(n+1)a_{n+2}-2(n+1)$ ……………………………3 分

即 $a_{n+2}=a_{n+1}+2$ $\therefore a_{n+1}-a_n=2(n\geq 2)$ .. ……………………………6 分

对 $S_n=na_{n+1}-n(n+1)$，令 n=1 得 $a_1=a_2-2$ 即 $a_2-a_1=2$ ……………………8 分

故数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公差为 2 的等差数列……………………………10 分

即 $a_n=2n-1$ ……………………………12 分

18、解（1）估计 11 月份顾客到该餐厅就餐消费不少于 60 元的概率

$p=\frac{20+10+10}{80}=\frac{1}{2}$. ……………………3 分

(2)估计 11 月份顾客到该餐厅就餐消费金额的平均值为

$\frac{15\times 10+45\times 30+75\times 20+105\times 10+135\times 10}{80}=\frac{5400}{80}=67.5$ ……………………6 分

（3）填写 2×2 列联表如下：

	不少于 90 元	少于 90 元	总计
男生	14	22	36
女生	6	38	44
总计	20	60	80

……………………………8 分

则 $K^2=\frac{80\times(14\times 38-22\times 6)^2}{36\times 44\times 60\times 20}\approx 6.734>6.635$, ……………………………11 分

故有 99%的把握认为就餐消费的金额与性别有关 ……………………12 分

19.（1）证明 CA=CB, $CD\perp AB$ 所以 D 为 AB 的中点，故 ΔA_1AB 为等边三角形，所以

$A_1D\perp AB$. ……………………………2 分

又因为 $CD\perp AB, A_1D, CD\subset$ 平面$A_1CD, A_1D\cap CD=D, \therefore AB\perp$ 平面A_1CD

又因为 $AB\subset$ 平面$ABC, \therefore$ 平面$ABC\perp$ 平面A_1CD ……………………………6 分

（2）、解$\because$ 平面$ABC\perp$ 平面AA_1B_1B, 平面$ABC\cap$ 平面$AA_1B_1B=AB, CD\perp AB$

$\therefore CD\perp$ 平面AA_1B_1B ……………………………8 分

由 CA=CB=AB=2,得 ΔABC 为等边三角形，则 $CD=\sqrt{3}$;由 ΔA_1AB 为等边三角形,得

$S_{\Delta A_1AB}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$, $\therefore V_{C-A_1AB}=\frac{1}{3}S_{\Delta A_1AB}\times CD=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1$ ....10 分

连接 B_1C,由于 ABB_1A_1 和 BCC_1B_1 都是平行四边形，所以 $S_{\Delta A_1AB}=S_{\Delta A_1B_1B}$, $S_{\Delta B_1BC}=S_{\Delta B_1C_1C}$

所以 $V_{C-A_1AB}=V_{C-A_1B_1B}=V_{A_1-B_1BC}=V_{A_1-B_1C_1C}$，

于是 $V_{ABC-A_1B_1C_1}=V_{C-A_1AB}+V_{A_1-B_1BC}+V_{A_1-B_1C_1C}=3V_{C-A_1AB}=3$ ....12 分

20. （1）B(1,0),半径为 4，设动圆圆心 P（x,y),半径为 r.则由题可知：$\begin{cases}|PA|=r\\|PB|=4-r\end{cases}$

所以|PA|+|PB|=4>|AB|=2

所以 P 的轨迹是以 A,B 为焦点的椭圆。2a=4,2c=2 .所以 $a^2=4$, $b^2=3$

所求椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ....4 分

（2）若存在满足条件的点 $Q(t,0)$.

当直线 l 的斜率 k 存在时，设 $y=k(x-1)$，联立 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，

消 y 得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$.

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}x$,

$\because k_{QM}+k_{QN}=\frac{y_1}{x_1-t}+\frac{y_2}{x_2-t}=\frac{k(x_1-1)(x_2-t)+k(x_2-1)(x_1-t)}{(x_1-t)(x_2-t)}$

$$=\frac{2kx_1x_2-k(1+t)(x_1+x_2)+2kt}{x_1x_2-t(x_1+x_2)+t^2}=k\cdot\frac{\frac{8k^2-24}{3+4k^2}-\frac{8k^2(1+t)}{3+4k^2}+2t}{\frac{4k^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}t+t^2}$$

$$=k\cdot\frac{8k^2-24-8k^2(1+t)+2t(3+4k^2)}{4k^2-12-8k^2t+t^2(3+4k^2)}=\frac{6k(t-4)}{4(t-1)^2k^2+3(t^2-4)},$$

$\therefore$ 要使对任意实数 k，$k_{QM}+k_{QN}$ 为定值，则只有 $t=4$，此时，

$k_{QM}+k_{QN}=0$ ....10 分

当直线 l 与 x 轴垂直时，若 $t=4$，也有 $k_{QM}+k_{QN}=0$.故在 x 轴上存在点 $Q(4,0)$，使得直线 QM 与直线 QN 的斜率的和为定值 0 .. ..12 分

21. 解：（Ⅰ）函数的定义域为 $(0,+\infty)$ ·····························1 分

$f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}-a(1-\frac{1}{x})=\frac{e^x(x-1)-ax(x-1)}{x^2}=\frac{(e^x-ax)(x-1)}{x^2}$， ....2 分

当 $a\le 0$ 时，对于 $\forall x\in(0,+\infty)$，$e^x-ax>0$ 恒成立，$f'(x)>0\Rightarrow x>1$；

$f'(x)<0\Rightarrow 0<x<1$. 所以 单调增区间为 $(1,+\infty)$，单调减区间 $(0,1)$. ············4 分

（Ⅱ）若 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有极值，则 $f'(x)=0$ 在 $x\in(0,1)$ 内有解. ············5 分

令 $f'(x)=\frac{(e^x-ax)(x-1)}{x^2}=0\Rightarrow e^x-ax=0\Rightarrow a=\frac{e^x}{x}$.

设 $g(x)=\frac{e^x}{x}$ $x\in(0,1)$，所以 $g'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x}$，当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)<0$ 恒成立，所以 $g(x)$ 单调递减. ·····················6 分

又因为 $g(1)=e$，又当 $x\to 0$ 时，$g(x)\to+\infty$,即 $g(x)$ 在 $x\in(0,1)$ 上的值域为 $(e,+\infty)$，

所以 当 $a>e$ 时，$f'(x)=\frac{(e^x-ax)(x-1)}{x^2}=0$ 有解.·················7 分

设 $H(x)=e^x-ax$，则 $H'(x)=e^x-a<0$ $x\in(0,1)$，

所以 $H(x)$ 在 $x\in(0,1)$ 单调递减.因为 $H(0)=1>0$，$H(1)=e-a<0$，

所以 $H(x)=e^x-ax=0$ 在 $x\in(0,1)$ 有唯一解 x_0. ·························10 分

x	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,1)$
$H(x)$	+	0	−
$f'(x)$	−	0	+

所以 当 $a>e$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有极值且唯一.

当 $a \le \mathrm{e}$ 时，当 $x \in (0,1)$ 时，$f^{'}(x) \ge 0$ 恒成立，$f(x)$ 单调递增，不成立.

综上，a 的取值范围为 $(\mathrm{e},+\infty)$. ……………………………12 分

22、解：（1）曲线 C：$x^2+(y-2)^2=4$，极坐标方程为 $\rho=4\sin\theta$

当 $\theta_0=\dfrac{\pi}{3}$ 时，$\rho_0=4\sin\dfrac{\pi}{3}=2\sqrt{3}$，$|OP|=|OA|\cos\dfrac{\pi}{3}=2$

设 $Q(\rho,\theta)$ 为 L 上除点 P 的任意一点，在 $Rt\Delta OPQ$ 中，$\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=|OP|=2$，

经检验，点 $P\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 在曲线 $\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=2$ 上，

所以 L 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)=2$ . . . . 5 分

（2）、设 $P(\rho,\theta)$, 在 $Rt\Delta OAP$ 中，$|OP|=|OA|\cos\theta=4\cos\theta$，$\rho=4\cos\theta$

因为 P 在线段 OM 上，且 $AP\perp OM \therefore OP\le OM \therefore 4\cos\theta\le 4\sin\theta$，所以 $\theta\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$。

所以 P 的轨迹的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，$\theta\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$. . . . . 10 分

23、解：
$$f(x)=|2x-1|+|x-2|==\begin{cases}-3x+3,\left(x\le\dfrac{1}{2}\right)\\ x+1,\left(\dfrac{1}{2}<x\le 2\right)\\ 3x-3,(x>2)\end{cases}$$

（1）有题可知：$f(x)_{\min}=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$

若 $\forall x_0\in R$, 使得不等式 $f(x_0)\ge|k+3|-|k-2|$ 成立, $\therefore f(x_0)_{\min}\ge|k+3|-|k-2|$

$\therefore \dfrac{3}{2}\ge|k+3|-|k-2|$,

即 $\begin{cases}k\le -3\\ -(k+3)+(k-2)\le\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-3<k<2\\ k+3+k-2\le\dfrac{3}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k\ge 2\\ (k+3)-(k-2)\le\dfrac{3}{2}\end{cases}$

$\therefore k\le\dfrac{1}{4}$. ………………………………………5 分

（2）由题可知: $f(x)_{\min}\ge\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}(m,n>0)$　$\therefore \dfrac{3}{2}\ge\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}$

$m+n\le\dfrac{3}{2}mn\le\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{m+n}{2}\right)^2$, 当且仅当 m=n 时取“=”号，$\therefore m+n\ge\dfrac{8}{3}$，

所以 $m+n$ 的最小值 $\dfrac{8}{3}$ ………………………………………10 分