

江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

高一数学晚练 (9)

一、选择题 (本大题共 3 小题, 共 15 分)

1、下列说法:

- ①平面的斜线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta < 90^\circ$;
- ②直线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$;
- ③若两条直线与一个平面所成的角相等, 则这两条直线互相平行;
- ④若两条直线互相平行, 则这两条直线与一个平面所成的角相等.

其中正确的是_____. (填序号)

2、 a, b, c 表示直线, M 表示平面, 给出下列四个命题:

- ①若 $a \parallel M, b \parallel M$, 则 $a \parallel b$;
- ②若 $b \subset M, a \parallel b$, 则 $a \parallel M$;
- ③若 $a \perp c, b \perp c$, 则 $a \parallel b$;
- ④若 $a \perp M, b \perp M$, 则 $a \parallel b$. 其中正确命题的个数有 ()

A、0 个 B、1 个 C、2 个 D、3 个

3、等腰三角形一腰上的高是 $\sqrt{3}$, 这条高与底边的夹角为 60° , 则底边长为 ()

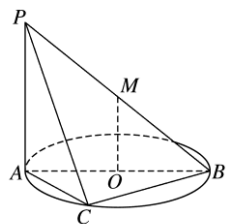
A. 2 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 共 20 分)

4、已知平面 α 外两点 A, B 到平面 α 的距离分别是 2 和 4, 则 A, B 的中点 P 到平面 α 的距离是_____.

5、如图, 直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面, $\triangle ABC$ 内接于圆 O , 且 AB 为圆 O 的直径, 点 M 为线段 PB 的中点. 现有以下命题:

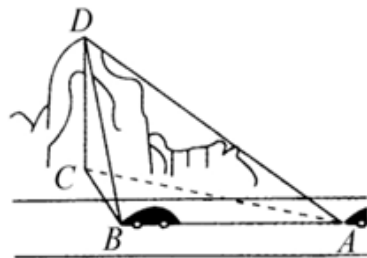
- ① $BC \perp PC$; ② $OM \parallel$ 平面 APC ; ③ 点 B 到平面 PAC 的距离等于线段 BC 的长. 其中正确的命题为_____.



6、在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c , 若

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}, \text{ 那么 } c = \underline{\hspace{2cm}}$$

7、如图, 一辆汽车在一条水平公路上向西行驶, 到 A 处测得公路北侧有一山顶 D 在西偏北 30° 方向上, 行驶 $300m$ 后到达 B 处, 测得此山顶在西偏北 75° 方向上, 仰角为 30° , 则此山的高度 $CD = \underline{\hspace{2cm}} m$.



三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

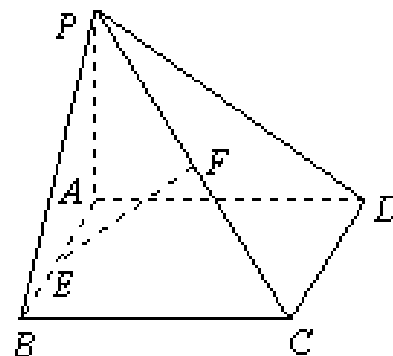
8、已知矩形 ABCD 所在平面外一点 P， $PA \perp$ 平面 ABCD，E、F 分别是

AB、PC 的中点.

(1) 求证：EF // 平面 PAD;

(2) 求证：EF $\perp$ CD;

(3) 若 $\angle PDA = 45^\circ$ ，求 EF 与平面 ABCD 所成的角的大小.



9、在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $b \sin B = a \sin A + (c - a) \sin C$.

(I) 求 $\angle B$ 的大小;

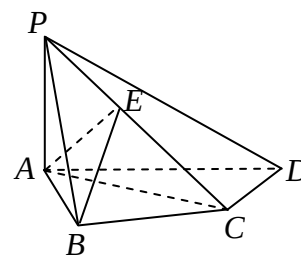
(II) 若 $4 \cos A \cos C - 1 = 0$ ， $bc = 1$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.

10、如图，在四棱锥 P—ABCD 中， $PA \perp$ 底面 ABCD， $AB \perp AD$ ，

$AC \perp CD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $PA = AB = BC$ ，E 是 PC 的中点. 求证：

(1) $CD \perp AE$;

(2) $PD \perp$ 平面 ABE.



江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

高一数学晚练（9）答案

一、选择题（本大题共 3 小题，共 15 分）

1、下列说法：

- ①平面的斜线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ；
- ②直线与平面所成的角的取值范围是 $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ ；
- ③若两条直线与一个平面所成的角相等，则这两条直线互相平行；
- ④若两条直线互相平行，则这两条直线与一个平面所成的角相等。

其中正确的是_____。（填序号）

答案 ①④

3、 a, b, c 表示直线， M 表示平面，给出下列四个命题：

- ①若 $a \parallel M, b \parallel M$ ，则 $a \parallel b$ ；
- ②若 $b \subset M, a \parallel b$ ，则 $a \parallel M$ ；
- ③若 $a \perp c, b \perp c$ ，则 $a \parallel b$ ；
- ④若 $a \perp M, b \perp M$ ，则 $a \parallel b$ 。其中正确命题的个数有（ B ）

A、0 个 B、1 个 C、2 个 D、3 个

3、等腰三角形一腰上的高是 $\sqrt{3}$ ，这条高与底边的夹角为 60° ，则底边长为（ D ）

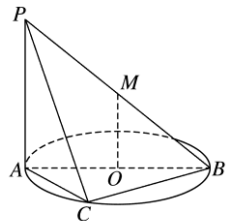
A. 2 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

4、已知平面 α 外两点 A, B 到平面 α 的距离分别是 2 和 4，则 A, B 的中点 P 到平面 α 的距离是 3 或 1。

5、如图，直线 PA 垂直于圆 O 所在的平面， $\triangle ABC$ 内接于圆 O ，且 AB 为圆 O 的直径，点 M 为线段 PB 的中点。现有以下命题：

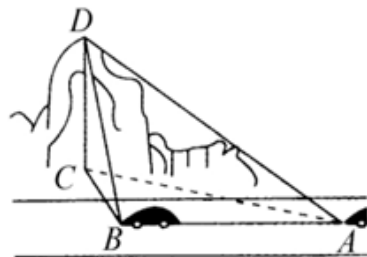
- ① $BC \perp PC$ ；② $OM \parallel$ 平面 APC ；③点 B 到平面 PAC 的距离等于线段 BC 的长。其中正确的命题为 ①②③。（填序号）



6、在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c ，若

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 1, \text{ 那么 } c = \underline{\sqrt{2}}$$

7、如图，一辆汽车在一条水平公路上向西行驶，到 A 处测得公路北侧有一山顶 D 在西偏北 30° 方向上，行驶 300m 后到达 B 处，测得此山顶在西偏北 75° 方向上，仰角为 30° ，则此山的高度 $CD = \underline{50\sqrt{6}} m$ 。



三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

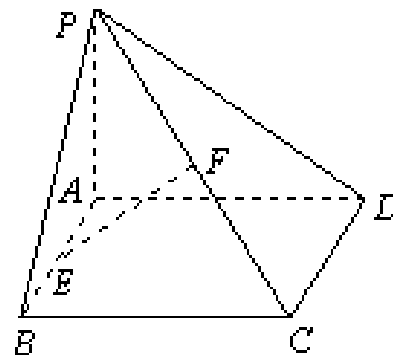
8、已知矩形 ABCD 所在平面外一点 P， $PA \perp$ 平面 ABCD，E、F 分别是

AB、PC 的中点。

(1) 求证：EF // 平面 PAD；

(2) 求证：EF $\perp$ CD；

(3) 若 $\angle PDA = 45^\circ$ ，求 EF 与平面 ABCD 所成的角的大小。



9、在 $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $b \sin B = a \sin A + (c - a) \sin C$ 。

(I) 求 $\angle B$ 的大小；

(II) 若 $4 \cos A \cos C - 1 = 0$ ， $bc = 1$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长。

【答案】解：(I) $\triangle ABC$ 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $b \sin B = a \sin A + (c - a) \sin C$ 。

所以： $b^2 = a^2 + (c - a)c$ ，

$$\text{整理得：} \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2},$$

由于： $0 < B < \pi$ ，

$$\text{故：} B = \frac{\pi}{3}.$$

$$(II) \text{ 由 (I) 得：} B = \frac{\pi}{3},$$

$$\text{另：} 4 \cos A \cos C - 1 = 0,$$

$$\text{所以：} 4 \cos A \cdot \cos(\pi - \frac{\pi}{3} - A) = 1,$$

$$\text{所以：} \cos A(-\frac{1}{2} \cos A + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin A) = \frac{1}{4},$$

$$\text{整理得：} \sqrt{3} \sin 2A - \cos 2A = 2,$$

$$\text{所以：} \sin(2A - \frac{\pi}{6}) = 1,$$

$$\text{解得：} A = \frac{\pi}{3},$$

故： $\triangle ABC$ 为等边三角形。

$$\text{由于：} bc = 1,$$

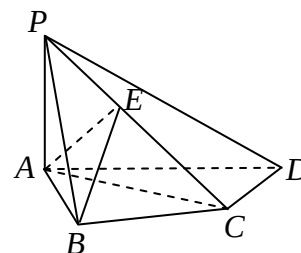
$$\text{故 } a = b = c = 1,$$

则：三角形的周长为 3。

10、如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AB \perp AD$ ， $AC \perp CD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $PA = AB = BC$ ， E 是 PC 的中点。求证：

(1) $CD \perp AE$ ；

(2) $PD \perp$ 平面 ABE 。



证明 (1) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，

$\because PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $CD \subset$ 平面 $ABCD$ ， $\therefore PA \perp CD$ 。

$\because AC \perp CD$ ， $PA \cap AC = A$ ，

$\therefore CD \perp$ 平面 PAC 。

而 $AE \subset$ 平面 PAC ， $\therefore CD \perp AE$ 。

(2) 由 $PA = AB = BC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，可得 $AC = PA$ 。

$\because E$ 是 PC 的中点， $\therefore AE \perp PC$ 。

由(1)知， $AE \perp CD$ ，又 $PC \cap CD = C$ ，

$\therefore AE \perp$ 平面 PCD 。

而 $PD \subset$ 平面 PCD ， $\therefore AE \perp PD$ 。

$\because PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，

$\therefore PD$ 在底面 $ABCD$ 内的射影是 AD ，

又 $\because AB \perp AD$ ， $\therefore AB \perp PD$ 。

又 $AB \cap AE = A$ ， $\therefore PD \perp$ 平面 ABE 。