

高一数学期末复习综合练习 1

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 成绩_____

一、单项选择题

1. 已知角 α 的终边经过点 $(3, -4)$, 则 $\cos\alpha$ 的值为()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{3}$

2. 若 $a>0, b>0$, 则 $a+b\leq 4$ 是 $ab\leq 4$ 的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 若实数 $a=0.2^{0.3}, b=\log_{0.3}0.2, c=\log_{0.3}2$, 则()

- A. $c<b<a$ B. $c<a<b$ C. $a<b<c$ D. $b<a<c$

4. 已知 $f(x), g(x)$ 分别是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数和奇函数, 且 $f(x)-g(x)=x^3-2x^2$, 则 $f(2)+g(2)=()$

- A. 8 B. -8 C. 16 D. -16

5. 计算 $\frac{\sqrt{1-2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}}{\sin 10^\circ - \sqrt{1-\sin^2 10^\circ}}$ 的值为()

- A. 1 B. -1 C. $\sin 10^\circ$ D. $\cos 10^\circ$

6. “喊泉”是一种地下水的毛细现象, 人们在泉口吼叫或发出其他声音时, 声波传入泉洞内的储水池, 进而产生“共鸣”等物理声学作用, 激起水波, 形成涌泉. 声音越大, 涌起的泉水越高. 已知听到的声强 m 与标准声调 m_0 (m_0 约为 10^{-12} , 单位: W/m^2) 之比的常用对数称作声强的声强级, 记作 L (贝尔), 即 $L = \lg \frac{m}{m_0}$,

取贝尔的 10 倍作为响度的常用单位, 简称为分贝. 已知某处“喊泉”的声音响度 y (分贝) 与喷出的泉水高度 x (dm) 满足关系式 $y = 2x$, 现知 A 同学大喝一声激起的涌泉最高高度为 50dm, 若 A 同学大喝一声的声强大约相当于 10 个 B 同学同时大喝一声的声强, 则 B 同学大喝一声激起的涌泉最高高度约为() dm.

- A. 5 B. $10\lg 50$ C. 45 D. $10\lg 5$

二、多项选择题:

7. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ 且 $0 < a < b$, 则下列结论正确的是()

- A. $a^2 < b^2$ B. $ab < b^2$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $ac^2 < bc^2$

8. 函数 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象的一条对称轴可以是()

- A. $x = \frac{\pi}{2}$ B. $x = \frac{\pi}{12}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = -\frac{\pi}{12}$

9. 以下式子符号为正号的有()

A. $\tan 485^\circ \sin (-447^\circ)$ B. $\sin \frac{5\pi}{4} \cos \frac{4\pi}{5} \tan \frac{11\pi}{6}$ C. $\frac{\tan 188^\circ}{\cos (-55^\circ)}$ D. $\frac{\cos \frac{29\pi}{6} \tan (-\frac{13\pi}{6})}{\sin \frac{2\pi}{3}}$

10. 已知函数 $f(x) = \log_a(x^2 - ax + 1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 则下列为真命题的是 ()

A. 当 $a = 2$ 时, $f(x)$ 值域为 R

B. 存在 a , 使得 $f(x)$ 为奇函数或偶函数

C. 当 $a > 2$ 时, $f(x)$ 的定义域不可能为 R

D. 存在 a , 使得 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 2)$ 上为减函数

三、填空题:

11. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$ 的定义域为_____.

12. 已知某扇形的周长是 8cm , 面积为 4cm^2 , 则该扇形的圆心角的弧度数是_____.

13. 已知 $x, y > 0$, 且 $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$, 则 $x+y$ 的最小值为_____.

14. 设常数 $a \in R$, 函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_{\frac{1}{2}} x|, & 0 < x \leq 4 \\ \frac{10}{x}, & x > 4 \end{cases}$. 若方程 $f(x) = a$ 有三个不相等的实数根 x_1, x_2, x_3 , 且

$x_1 < x_2 < x_3$, 则 a 的取值范围为_____, $\frac{x_3}{x_1 \cdot x_2}$ 的取值范围为_____.

四、解答题:

15. 已知函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$, 且 $\omega \neq 0$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(\frac{\pi}{3}, 2)$, 且 $0 < \omega < 3$, 求 ω 的值;

(2) 在(1)的条件下, 若函数 $g(x) = mf(x) + n$ ($m > 0$), 当 $x \in [-2\pi, -\frac{\pi}{3}]$ 时, 函数 $g(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$, 求 m, n 的值.

16. 已知函数 $f(x) = -x^2 + mx - m$.

(1) 若 $f(x)$ 的最大值为 0，求实数 m 的值；

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-1, 0]$ 上是减函数，求实数 m 的取值范围；

(3) 是否存在实数 m ，使得 $f(x)$ 在区间 $[2, 3]$ 上函数值的取值范围为 $[2, 3]$ ？若存在，求出实数 m 的值；若不存在，说明理由.

17. 销售甲种商品所得利润为 P 万元，它与投入资金 t 万元的函数关系为 $P = \frac{at}{t+1}$ ；销售乙种商品所得利润为 Q 万元，它与投入资金 t 万元的函数关系为 $Q = bt$ ，其中 a, b 为常数. 现将 5 万元资金全部投入甲、乙两种商品的销售：若全部投入甲种商品，所得利润为 $\frac{5}{2}$ 万元；若全部投入乙种商品，所得利润为 $\frac{5}{3}$ 万元. 若将 5 万元资金中的 x 万元投入甲种商品的销售，余下的投入乙种商品的销售，则所得利润总和为 $f(x)$ 万元.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求 $f(x)$ 的最大值.

18. 若函数 $f(x)$ 在定义域内存在实数 x 满足 $f(-x) = -k \cdot f(x)$, $k \in \mathbb{Z}$, 则称函数 $f(x)$ 为定义域上的“ k 阶局部奇函数”.

(1) 若函数 $f(x) = \tan x - 2\sin x$, 判断 $f(x)$ 是否为 $(0, \pi)$ 上的“二阶局部奇函数”并说明理由 ;

(2) 若函数 $f(x) = \lg(m-x)$ 是 $[-2, 2]$ 上的“一阶局部奇函数”, 求实数 m 的取值范围;

(3) 对于任意的实数 $t \in (-\infty, 2]$, 函数 $f(x) = x^2 - 2x + t$ 恒为 $\mathbb{R}$ 上的“ k 阶局部奇函数”, 求 k 的取值集合.

高一数学期末复习综合练习 1

答案

一、选择题：

1. C 2. A 3. B 4. D 5. B 6. C

二、多项选择题：

7. AB 8. CD 9. ACD 10. AC

三、填空题：

11. $[0,1) \cup (1,2]$ 12. 2 13. 5 14. $(0,2], [5,+\infty)$ (第一空 2 分, 第二空 3 分)

四、解答题：

15. (1) 因为函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象经过点 $\left(\frac{\pi}{3}, 2\right)$,

所以 $2\sin\left(\frac{\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{3}\right) = 2$ 所以 $\frac{\pi}{3}\omega + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 2 分

所以 $\omega = \frac{1}{2} + 6k, k \in \mathbb{Z}$, 因为 $0 < \omega < 3$, 所以 $0 < \frac{1}{2} + 6k < 3, k \in \mathbb{Z}$.

所以 $k = 0$, 所以 $\omega = \frac{1}{2}$ 5 分

(2) 因为 $\omega = \frac{1}{2}$, 所以 $g(x) = m \cdot 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right) + n$.

因为 $-2\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{3}$, 所以 $-\frac{2\pi}{3} \leq \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{6}$ 7 分

所以 $-1 \leq \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{1}{2}$.

所以 $-2m + n \leq g(x) \leq m + n$ 10 分

因为函数 $g(x)$ 的值域为 $[-2, 1]$, 所以 $\begin{cases} -2m + n = -2, \\ m + n = 1. \end{cases}$

解得 $m = 1, n = 0$ 12 分

16. (1) $f(x) = -(x - \frac{m}{2})^2 - m + \frac{m^2}{4}$, 则最大值 $-m + \frac{m^2}{4} = 0$, 解得 $m = 0$ 或 $m = 4$ 2 分

(2) 函数图像的对称轴是直线 $x = \frac{m}{2}$, 要使 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 上是单调递减, 应满足 $\frac{m}{2} \leq -1$,

解得 $m \leq -2$, 故实数 m 的取值范围是 $m \leq -2$5 分

(3) ①当 $\frac{m}{2} \leq 2$ 即 $m \leq 4$ 时, $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上单调递减. 若存在实数 m , 使 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上的值域是 $[2, 3]$,

则 $\begin{cases} f(2)=3, \\ f(3)=2, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} -4+m=3, \\ -9+2m=2, \end{cases}$ 此时 m 无解.7 分

②当 $\frac{m}{2} \geq 3$, 即 $m \geq 6$ 时, $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上单调递增 $\begin{cases} f(2)=2, \\ f(3)=3, \end{cases}$, 即 $\begin{cases} -4+m=2, \\ -9+2m=3, \end{cases}$, 解得 $m=6$.
.....9 分

③当 $2 < \frac{m}{2} < 3$ 即 $4 < m < 6$ 时, $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上先递增, 再递减, 所以 $f(x)$ 在 $x = \frac{m}{2}$ 处取得最大值,

则 $f(\frac{m}{2}) = -(\frac{m}{2})^2 + m \cdot \frac{m}{2} - m = 3$, 解得 $m = -2$ 或 6 , 不符合题意, 舍去.11 分

综上可得, 存在实数 $m=6$, 满足要求.12 分

17. (1) 因为 $P = \frac{at}{t+1}$, $Q = bt$

所以当 $t=5$ 时, $P = \frac{5a}{5+1} = \frac{5}{2}$, $Q = 5b = \frac{5}{3}$ 解得 $a=3, b=\frac{1}{3}$ 3 分

所以 $P = \frac{3t}{t+1}$, $Q = \frac{1}{3}t$, 从而 $f(x) = \frac{3x}{x+1} + \frac{5-x}{3}, x \in [0, 5]$ 6 分

(2) 由(1)可得 $f(x) = \frac{3x}{x+1} + \frac{5-x}{3} = \frac{3(x+1)-3}{x+1} + \frac{6-(x+1)}{3} = 5 - (\frac{3}{x+1} + \frac{x+1}{3})$
 $\leq 5 - 2\sqrt{\frac{3}{x+1} \cdot \frac{x+1}{3}} = 3$ 10 分

当且仅当 $\frac{3}{x+1} = \frac{x+1}{3}$, 即 $x=2$ 时等号成立. 故 $f(x)$ 的最大值为 3.

答: 当分别投入 2 万元、3 万元销售甲、乙两种商品时总利润最大, 为 3 万元.

.....12 分

18. (1) 由题意得, $f(-x) + 2f(x) = 0 \Rightarrow \tan(-x) - 2\sin(-x) = -2\tan x + 4\sin x$

即 $\tan x = 2\sin x$,1 分

由 $\because x \in (0, \pi) \therefore \sin x \neq 0$ 且 $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, 得 $\cos x = \frac{1}{2}$, $\because x \in (0, \pi) \therefore x = \frac{\pi}{3}$

$\therefore f(x)$ 是 $(0, \pi)$ 上的“二阶局部奇函数”3 分

(2) 由题意得, $f(-x) + f(x) = 0 \Rightarrow \lg(m+x) + \lg(m-x) = \lg(m^2 - x^2) = 0$

即 $\begin{cases} m^2 = 1 + x^2, x \in [-2, 2] \\ \forall x \in [-2, 2], m+x > 0 \\ \forall x \in [-2, 2], m-x > 0 \end{cases}$ 5 分

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 \in [1, 5] \\ m > (-x)_{\max}, x \in [-2, 2] \Rightarrow m \in (2, \sqrt{5}] \\ m > (x)_{\max}, x \in [-2, 2] \end{cases} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) 由题意得, $f(-x) + k \cdot f(x) = 0$ 在 R 上有解 $\Rightarrow (-x)^2 - 2(-x) + t + k(x^2 - 2x + t) = 0$ 有解即

$$(k+1)x^2 + (2-2k)x + (k+1)t = 0 \text{ 有解} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

当 $k = -1$ 时, $x = 0 \in R$, 满足题意 $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

当 $k \neq -1$ 时, 对于任意的实数 $t \in (-\infty, 2]$, $\Delta = (2-2k)^2 - 4(k+1)^2 t \geq 0$,

$$\Rightarrow 4(k+1)^2 \cdot 2 - (2-2k)^2 \leq 0 \Rightarrow k^2 + 6k + 1 \leq 0 \Rightarrow k \in [-3-2\sqrt{2}, -3+2\sqrt{2}] \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

由 $k \in Z$, 故 $k \in \{-5, -4, -3, -2, -1\}$ $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$