

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (24)
2019 年 10 月 24

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 评价 _____

请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

1. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 的定义域为 _____.

2. 在 $\triangle ABC$ 中，设 a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边，记 $\triangle ABC$ 的面积为 S ，且

$\frac{2}{\sqrt{3}}S = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ ， $\cos A = \frac{4}{5}$ ，则 $\cos C$ 的值为 _____.

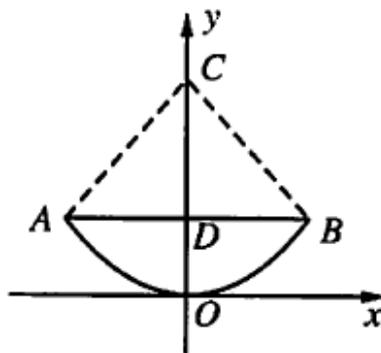
3. 设函数 $f(x) = e^x - e^{-x} + 1$ ，则不等式 $f(2x^2 - 1) + f(x) < 2$ 的解集为 _____.

4. 江苏省第二十届运动会将江苏省 2019 年在扬州举行，为此某礼品公司计划推出一系列纪念品，其中一个工艺品需要设计成如图所示的一个结构（该图为轴对称图形），其中 $\triangle ABC$ 的支撑杆 AB, CD 由长为 3 的材料弯折而成（即

$AB + CD = 3$ ）， AB 边的长为 $2t$ ($1 \leq t \leq \frac{3}{2}$)（ CA, CB 另外用彩色线连结，此处不计）。在如图所示的平面直角坐标系中，支撑杆曲线 AOB 拟从以下两种曲线中选择一种：曲线 C_1 是一段余弦曲线，其表达式为 $y = 1 - \cos x$ ，记结构的最低点 O 到点 C 的距离为 $h_1(t)$ ；曲线 C_2 是抛物线 $y = \frac{4}{9}x^2$ 的一段，此时记结构的最低点 O 到点 C 的距离为 $h_2(t)$ 。（1）求函数 $h_1(t), h_2(t)$ 的表达式；

（2）要使得点 O 到点 C 的距离最大，应选用哪一种曲线？此时最大值是多少？

（参考数据 $\cos 1 = 0.54$ ）



1. (1,2]

2. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

3. $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

4.解析: (1) 对于曲线 C_1 , 因为曲线 AOB 的表达式为 $y=1-\cos x$, 所以点 B 的坐标为 $(t, 1-\cos t)$,

所以点 O 到 AB 的距离为 $1-\cos t$, 因为 $DC=3-2t$,

所以 $h_1(t) = (3-2t) + (1-\cos t) = -2t - \cos t + 4$ ($1 \leq t \leq \frac{3}{2}$);

对于曲线 C_2 $y = \frac{4}{9}x^2$, 则点 B 的坐标为 $(t, \frac{4}{9}t^2)$,

所以点 O 到 AB 的距离为 $\frac{4}{9}t^2$, 因为 $DC=3-2t$,

所以 $h_2(t) = \frac{4}{9}t^2 - 2t + 3$ ($1 \leq t \leq \frac{3}{2}$)

(2) 因为 $h_1'(t) = -2 + \sin t < 0$,

所以 $h_1(t)$ 在 $[1, \frac{3}{2}]$ 上单调递减, 所以当 $t=1$ 时, $h_1(t)$ 取得最大值 $2-\cos 1$

因为 $h_2(t) = \frac{4}{9}(t-\frac{9}{4})^2 + \frac{3}{4}$, ($1 \leq t \leq \frac{3}{2}$)

所以当 $t=1$ 时, $h_2(t)$ 取得最大值为 $\frac{13}{9}$,

因为 $2-\cos 1 = 1.46 > \frac{13}{9}$, 所以选用曲线 C_1 , 且当 $t=1$ 时, 点 O 到点 C 的距离最大, 最大值为 $2-\cos 1$

