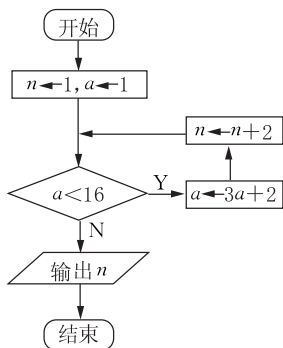


# 仪征中学 2019 年 高考数学全真模拟试卷二

## 数学 I 试题

一、填空题:本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分.请把答案填写在答题卡相应位置上.

- 函数  $y = 2 \tan \left( 3x - \frac{\pi}{3} \right)$  的最小正周期为 \_\_\_\_\_.
- 已知集合  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{a+2, 5\}$ ,  $A \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$ , 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 若复数  $z = (1 + 3i)^2$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z$  的模为 \_\_\_\_\_.
- 执行如图所示的算法流程图, 则输出的  $n$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 如图, 这是甲、乙两位同学在 5 次数学测试中得分的茎叶图, 则平均成绩较小的那一位同学的平均成绩为 \_\_\_\_\_.
- 将黑、白两个小球随机放入编号分别为 1, 2, 3 的三个盒子中, 则黑、白两个小球在同一个盒子中的概率为 \_\_\_\_\_.

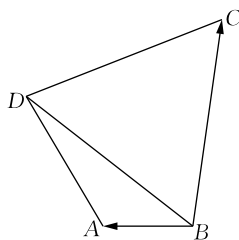


(第 4 题)



(第 5 题)

- 在公差  $d$  不为零的等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1, a_3, a_7$  成等比数列, 则  $\frac{a_1}{d}$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 已知直线  $y = 3$  与曲线  $y = 5 \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) 交于点  $A(x_1, 3)$ ,  $B(x_2, 3)$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则  $\sin(x_1 - x_2)$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 已知函数  $f(x) = x^2 - \left| \frac{x}{2} + a \right| + 1$  恰好有一个零点, 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 若某正三棱柱的高为 2, 表面积为  $12 + 2\sqrt{3}$ , 则它的体积为 \_\_\_\_\_.
- 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ . 若点  $P$  在  $\triangle ABC$  内, 且点  $P$  到三角形的三边的距离之和为  $\frac{13}{5}$ , 则  $CP$  的最小值为 \_\_\_\_\_.
- 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: kx - y + 5k = 0$  与圆  $C: x^2 + y^2 - 10x = 0$  交于点  $A$ ,  $B$ ,  $M$  为弦  $AB$  的中点, 则点  $M$  的横坐标的取值范围是 \_\_\_\_\_.
- 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $AD = 5$ ,  $\angle BAD = \frac{2\pi}{3}$ ,  $\triangle BCD$  为等边三角形, 则  $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$  的值为 \_\_\_\_\_.
- 已知  $x^2 - y^2 = 1$ , 则  $8x^2 - xy$  的最小值为 \_\_\_\_\_.



(第 13 题)

二、解答题:本大题共 6 小题,共计 90 分.请在答题卡指定区域内作答,解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中,以  $Ox$  轴为始边作两个钝角  $\alpha, \beta$ ,它们的终边分别与单位圆

交于点  $A, B$ .已知点  $A, B$  的横坐标分别为  $-\frac{3\sqrt{10}}{10}, -\frac{\sqrt{2}}{10}$ .

(1) 求  $\cos(\alpha - \beta)$  的值;

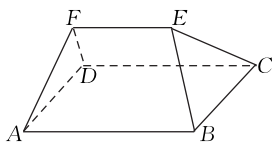
(2) 求  $2\alpha - \beta$  的值.

16. (本小题满分 14 分)

如图,在多面体  $ABCDFE$  中,四边形  $ABCD$  是矩形,且  $AF \perp CD$ .

(1) 求证:平面  $ADF \perp$  平面  $ABCD$ ;

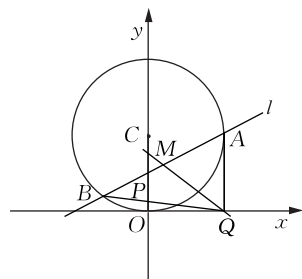
(2) 求证: $CD \parallel EF$ .



(第 16 题)

17. (本小题满分 14 分)

如图,在平面直角坐标系  $xOy$  中,已知圆  $C: x^2 + y^2 - 4y = 0$  和点  $Q(2, 0)$ ,过点  $P(0, 1)$ 的直线  $l$  交圆  $C$  于点  $A, B$ ,弦  $AB$  的中点为  $M$ .



(第 17 题)

(1) 若  $(\vec{QA} + \vec{QB}) \cdot \vec{AB} = 0$ , 求弦  $AB$  的长;

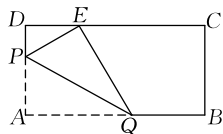
(2) 求直线  $QM$  的斜率  $k$  的取值范围.

18. (本小题满分 16 分)

如图,有一张矩形纸片  $ABCD$ ,其中  $AB = 24$  cm,  $AD = 12$  cm. 现折叠纸片,使得点  $A$  落在边  $CD$  上的点  $E$  处,折痕为  $PQ$ (点  $P$  在边  $AD$  上,点  $Q$  在边  $AB$  上).

(1) 若  $\angle APQ = \frac{\pi}{3}$ , 求四边形  $APEQ$  的面积;

(2) 求折痕  $PQ$  长度的最小值.



(第 18 题)

19. (本小题满分 16 分)

已知函数  $f(x) = (x - a)e^x + x + a$ , 其中  $e$  为自然对数的底数,  $a \in \mathbf{R}$ .

- (1) 若  $a = 0$ , 函数  $f(x)$  的图象在  $x = t$  处的切线过原点, 求该切线的方程;
- (2) 若函数  $f(x) \geq 0$  在  $[0, +\infty)$  上恒成立, 求  $a$  的取值范围.

20. (本小题满分 16 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_2 = 12$ ,  $a_5 = 13$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 6(2^n - 1)$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  的通项公式.
- (2) 设  $r, s, t$  为由小到大排列的正整数,  $c_n = b_n - a_n$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .
  - ① 若  $2s = r + t$ , 求证:  $c_r, c_s, c_t$  不能成等差数列.
  - ② 问:  $c_r, c_s, c_t$  能否成等差数列? 并说明理由.

# 仪征中学 2019 年高考数学全真模拟试卷二

## 数学 II (附加题)

21 A. [选修 4-2: 矩阵与变换](本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $P(0, 3)$  在矩阵  $M = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & y \end{bmatrix}$  对应的变换作用下得到点  $Q(6, 12)$ , 求  $M^{-1}$ .

B. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)

已知椭圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 5\cos\theta, \\ y = 3\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数).

(1) 求椭圆  $C$  的普通方程;

(2) 若点  $P$  在椭圆  $C$  上, 求点  $P$  到直线  $l: 3x + 4y - 12 = 0$  的距离  $d$  的最大值.

22. (本小题满分 10 分)

已知正四棱锥  $P-ABCD$  的底面边长和高都为 2, 现从该四棱锥的 5 个顶点中随机选取 3 个点构成三角形. 设随机变量  $X$  表示所得三角形的面积.

- (1) 求  $P(X=2)$  的值;
- (2) 求  $X$  的分布列及数学期望  $E(X)$ .

23. (本小题满分 10 分)

已知函数  $f_n(x) = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$ , 其中  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $f_n(x)$  的导函数为  $f'_n(x)$ .

- (1) 求  $f'_{n+1}(x) - f_n(x)$  的值;
- (2) 讨论方程  $f_n(x) + 1 = 0$  的根的个数, 并证明.