# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

## 高一数学晚练（7）

班级____________姓名____________ 学号_________

一、选择题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

1．下列说法正确的是 (　 ).

A. 用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台；

B. 通过圆台侧面上一点，有无数条母线；

C. 相等的角在直观图中对应的角仍相等；

D. 如果两条相交直线和另外两条相交直线分别平行，那么这两组直线所成的锐角(或直角)相等.

2．下列命题正确的是(　 )

A. 两两相交的三条直线可确定一个平面

B. 两个平面与第三个平面所成的角都相等，则这两个平面一定平行

C. 过平面外一点的直线与这个平面只能相交或平行

D. 和两条异面直线都相交的两条直线一定是异面直线

3．已知异面直线 $a$，$b$ 所成的角为$60°$，过空间一点 $O$ 的直线与 $a$，$b$ 所成的角均为$60°$，这样的直线有(　)

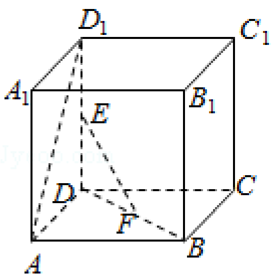
A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

4. 如果直线$m//$直线 $n$，且$m//$平面$\alpha$，那么 $n$ 与$\alpha$的位置关系是______________。

5. $a,b,c$是空间不同的三条直线，若$a//b$，$a$ 与 $c$ 相交，则 $b$ 与 $c$ 的位置关系是__________。

6. 如图所示，在正方体$\mathbf{AC_1}$中，$\mathbf{E}$，$\mathbf{F}$分别是$\mathbf{DD_1}$，$\mathbf{BD}$的中点，则直线$\mathbf{AD_1}$与$\mathbf{EF}$所成角的余弦值是_____________.

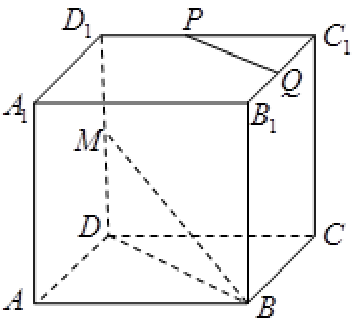



7. 在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$b=1$，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，则$\frac{a-2b+c}{\sin A-2\sin B+\sin C}$的值等于_____________.

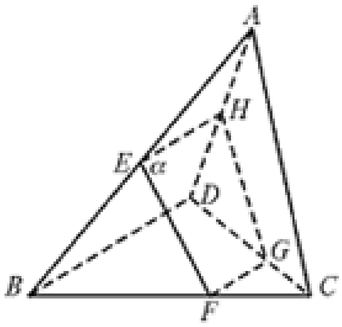
三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$P$，$Q$，$M$ 分别为棱$C_1D_1, B_1C_1, DD_1$的中点.

(1)求证：$P$、$Q$、$B$、$D$ 四点共面；(2)求异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角的余弦值.

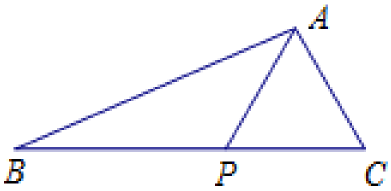


9. 如图：$E$、$H$ 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 $AB$、$AD$ 的中点，平面$\alpha$过 $EH$ 分别交 $BC$、$CD$ 于 $F$、$G$．
求证：$EH//FG$．




10. 如图，在$\triangle ABC$中，点 $P$ 在 $BC$ 边上，$\angle PAC=60°$，$PC=2$，$AP+AC=4$．

(Ⅰ)求$\angle ACP$；(Ⅱ)若$\triangle APB$的面积是$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\sin\angle BAP$．



# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

## 高一数学晚练（7）

班级____________姓名____________ 学号_________

一、选择题（本大题共 3 小题，共 15.0 分）

1．下列说法正确的是 (　 ).

A. 用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台；

B. 通过圆台侧面上一点，有无数条母线；

C. 相等的角在直观图中对应的角仍相等；

D. 如果两条相交直线和另外两条相交直线分别平行，那么这两组直线所成的锐角(或直角)相等.

【答案】*D* 本题考查空间几何中的棱台与圆台的结构特征，考查直观图与等角定理等内容，解题时可用相应的概念对每个命题进行判断.

解：*A*.用平面截棱锥，只有截面与棱锥底面平行时，截面与底面之间的部分才能叫棱台，*A* 错误； *B*.圆台是由圆锥用平行于底面的平面截出来的，过其侧面上的点只有一条母线，*B* 错误； *C*.相等的角在直观图中不一定相等，*C* 错误；*D*.由等角定理知 *D* 正确．故选 *D*．如图所示，在空间四边形 *ABCD* 的 *AD*，*AB*，*BC*，*CD* 边上分别取 *E*，*F*，*G*，*H* 四个点，如果 *EF*，*GH* 交于一点 *P*，那么点 *P*

2．下列命题正确的是(　　)

A. 两两相交的三条直线可确定一个平面

B. 两个平面与第三个平面所成的角都相等，则这两个平面一定平行

C. 过平面外一点的直线与这个平面只能相交或平行

D. 和两条异面直线都相交的两条直线一定是异面直线

【答案】*C*

【解析】解：对于 *A*，两两相交的三条直线可确定一个平面或三个平面，故 *A* 错误；

对于 *B*，两个平面与第三个平面所成的角都相等，则这两个平面平行或相交，故 *B* 错误；

对于 *C*，过平面外一点的直线一定在平面外，且直线与这个平面相交或平行，故 *C* 正确；

对于 *D*，和两条异面直线都相交的两条直线是异面直线或共面直线，故 *D* 错误.

故选：*C*.

根据空间中的直线与平面的位置关系以及平面的基本性质，对选项中的命题判断正误即可.

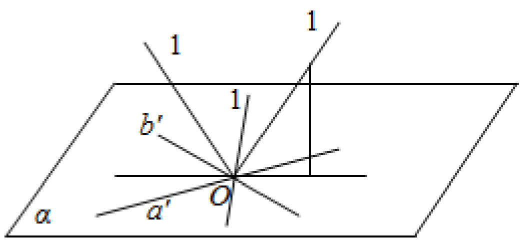
本题考查了空间中的直线与平面的位置关系以及平面的基本性质应用问题，是基础题目.

4．已知异面直线 $a$，$b$ 所成的角为$60°$，过空间一点 $O$ 的直线与 $a$，$b$ 所成的角均为$60°$，这样的直线有(　)

A. 1 条　　　B. 2 条　　　C. 3 条　　　D. 4 条

【答案】*C*

【解析】解：过 $O$ 作$a'//a$，$b'//b$，




设直线$a'$、$b'$确定的平面为$\alpha$，

∵异面直线 $a$、$b$ 成$60°$角，

∴直线$a'$、$b'$所成锐角为$60°$

①当直线 $l$ 在平面$\alpha$内时，

若直线 $l$ 平分直线$a'$、$b'$所成的钝角，

则直线 $l$ 与 $a$、$b$ 都成$60°$角；

②当直线 $l$ 与平面$\alpha$斜交时，

若它在平面$\alpha$内的射影恰好落在

直线$a'$、$b'$所成的锐角平分线上时，直线 $l$ 与 $a$、$b$ 所成角相等.

此时 $l$ 与$a'$、$b'$所成角的范围为$[30°,90°]$，

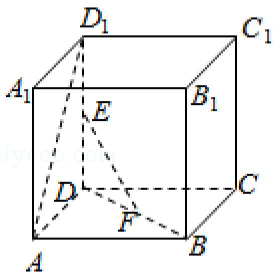
适当调整 $l$ 的位置，可使直线 $l$ 与 $a$、$b$ 也都成$60°$角，这样的直线 $l$ 有两条.
综上所述，过点 $P$ 与$a'$、$b'$都成$60°$角的直线，可以作 3 条
$\because a'//a$，$b'//b$，
$\therefore$过点 $O$ 与$a'$、$b'$都成$60°$角的直线，与 $a$、$b$ 也都成$60°$的角.
故选：$C$.
过 $O$ 作$a'//a$，$b'//b$设直线$a'$、$b'$确定的平面为$\alpha$，由异面直线 $a$、$b$ 成$60°$角，得直线$a'$、$b'$所成锐角为$60°$，当直线 $l$ 在平面$\alpha$内时，能推出一条直线 $l$ 与 $a$、$b$ 都成$60°$角；当直线 $l$ 与平面$\alpha$斜交时，
若它在平面$\alpha$内的射影恰好落在直线$a'$、$b'$所成的锐角平分线上时，直线 $l$ 与 $a$、$b$ 所成角相等.由此能求出结果.
本题考查满足条件的直线条数的求法，考查异面直线的定义等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题.

**二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）**

4. 如果直线$m//$直线 $n$，且$m//$平面$\alpha$，那么 $n$ 与$\alpha$的位置关系是________________。
【答案】$n//\alpha$或$n\subset\alpha$

5. $a,b,c$是空间不同的三条直线，若$a//b$，$a$ 与 $c$ 相交，则 $b$ 与 $c$ 的位置关系是___________。
答案为：相交或异面

6. 如图所示，在正方体$\mathbf{AC_1}$中，**E**，**F**分别是$\mathbf{DD_1}$，**BD**的中点，则直线$\mathbf{AD_1}$与**EF**所成角的余弦值是______________.




【答案】$\frac{\sqrt{6}}{3}$【解析】【分析】本题主要考查空间中异面直线的夹角，利用定义需要将直线平移到同一点，属于一般题.
【分析】解：取 $AD$ 的中点 $G$，连接 $EG$，$GF$，$\angle GEF$为直线$AD_1$与 $EF$ 所成的角，
设棱长为 2，则$EG=\sqrt{2}$，$GF=1$，$EF=\sqrt{3}$，所以$EG^2+GF^2=EF^2$，即$\triangle GEF$为直角三角形．所以$\cos\angle GEF=\frac{EG}{EF}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．故答案为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

7. 在$\triangle ABC$中，$\angle A=60°$，$b=1$，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，则$\frac{a-2b+c}{\sin A-2\sin B+\sin C}$的值等于(　　)

A. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$　　B. $\frac{26}{3}\sqrt{3}$　　C. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

【答案】$A$
【解析】【分析】
本题的考点是正余弦定理，主要考查正余弦定理的运用，关键是利用面积公式，求出边，再利用正余弦定理求解.
先利用面积公式求得 $c$ 的值，进而利用余弦定理可求 $a$，再利用正弦定理求解比值.
【解答】
解：$\because \angle A=60°$，$b=1$，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times1\times c\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore c=4$，

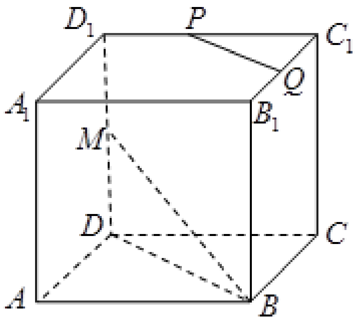
$\therefore a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=1+16-2\times1\times4\times\frac{1}{2}=13$，$\therefore a=\sqrt{13}$，

$\therefore \frac{a-2b+c}{\sin A-2\sin B+\sin C}=\frac{a}{\sin A}=\frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$．故选 $A$.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8. 如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$P$，$Q$，$M$分别为棱$C_1D_1, B_1C_1, DD_1$的中点.

(1)求证：$PQBD$四点共面；(2)求异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角的余弦值.




【答案】(1)证明：连接$B_1D_1$，

由于$P, Q$分别为$B_1C_1$与$C_1D_1$的中点，则$PQ//B_1D_1$，

又由于$ABCD-A_1B_1C_1D_1$是正方体，故$BB_1 \underline{\underline{//}} DD_1$，

所以四边形$BDD_1B_1$为平行四边形，故$B_1D_1//BD$，

从而$PQ//BD$，于是$P, Q, B, D$四点共面.

(2)解：由于$AB//CD$，故异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角为$\angle MBA$，

令$AB=2$，在$\Delta BDM$中，$BD=2\sqrt{2}$，$DM=1$，于是$BM=3$，

在$\Delta ADM$中，$AM=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$，又$AB=2$，故$BA\perp AM$，

所以在直角三角形 $BAM$ 中，$\cos\angle MBA=\frac{2}{3}$，于是异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角的余弦值为$\frac{2}{3}$.

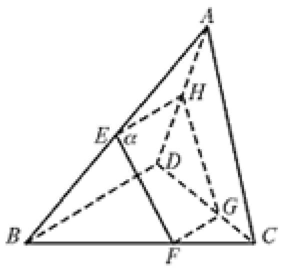
【解析】本题考查线平面的基本性质，考查异面直线所成角的求法.

(1)连结$B_1D_1$，则$PQ//B_1D_1$，从而可得$BB_1 \underline{\underline{//}} DD_1$，$B_1D_1//BD$，从而可得$PQ//BD$，即可证得；

(2)由于$AB//CD$，故异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角为$\angle MBA$，令$AB=2$，在$\Delta BDM$中可得$BM=3$，在$\Delta ADM$中，$AM=\sqrt{5}$，又$AB=2$，故$BA\perp AM$，故在直角三角形 $BAM$ 中，$\cos\angle MBA=\frac{2}{3}$，于是异面直线 $CD$ 与 $BM$ 所成角的余弦值即可求得.

9. 如图：$E$、$H$ 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 $AB$、$AD$ 的中点，平面$\alpha$过 $EH$ 分别交 $BC$、$CD$ 于 $F$、$G$.

求证：$EH//FG$.




【答案】证明：$\because$ $E$、$H$ 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 $AB$、$AD$ 的中点；

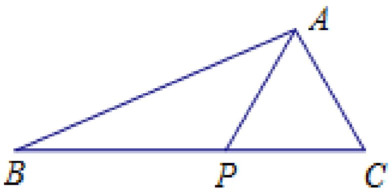
$\therefore EH//BD$，$EH$ 不在平面 $BCD$ 内，$BD$ 在平面 $BCD$ 内．$\therefore EH//$平面 $BCD$.

又平面$\alpha$过 $EH$ 分别交 $BC$、$CD$ 于 $F$、$G$，$EH\subset$平面 $EFGH$，平面$EFGH\cap$平面$BDC=FG$，

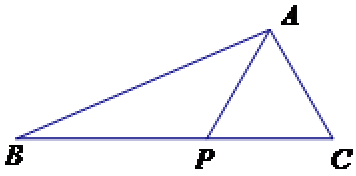
$\therefore EH//FG$.

10. 如图，在$\triangle ABC$中，点 $P$ 在 $BC$ 边上，$\angle PAC=60°$，$PC=2$，$AP+AC=4$．

（Ⅰ）求$\angle ACP$；（Ⅱ）若$\triangle APB$的面积是$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求$\sin\angle BAP$．




【答案】



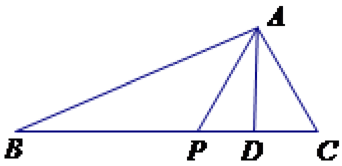

解：（Ⅰ）在$\triangle APC$中，因为$\angle PAC=60°$，$PC=2$，$AP+AC=4$，由余弦定理得$PC^2=AP^2+AC^2-2\cdot AP\cdot AC\cdot\cos\angle PAC$，所以$2^2=AP^2+(4-AP)^2-2\cdot AP\cdot(4-AP)\cdot\cos60°$，整理得$AP^2-4AP+4=0$，

解得$AP=2$．所以$AC=2$．所以$\triangle APC$是等边三角形．所以$\angle ACP=60°$．

（Ⅱ）法 1：由于$\angle APB$是$\triangle APC$的外角，所以$\angle APB=120°$．

因为$\triangle APB$的面积是$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以$\frac{1}{2}\cdot AP\cdot PB\cdot\sin\angle APB=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．所以$PB=3$．

在$\triangle APB$中，$AB^2=AP^2+PB^2-2\cdot AP\cdot PB\cdot\cos\angle APB=2^2+3^2-2\times2\times3\times\cos120°=19$，所以$AB=\sqrt{19}$．




在$\triangle APB$中，由正弦定理得$\frac{AB}{\sin\angle APB}=\frac{PB}{\sin\angle BAP}$，所以$\sin\angle BAP=\frac{3\sin120°}{\sqrt{19}}=\frac{3\sqrt{57}}{38}$．

法 2：作$AD\perp BC$，垂足为 $D$，

因为$\triangle APC$是边长为 2 的等边三角形，所以$PD=1, AD=\sqrt{3}, \angle PAD=30°$．

因为$\triangle APB$的面积是$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以$\frac{1}{2}\cdot AD\cdot PB=\frac{3\sqrt{3}}{2}$．所以$PB=3$．所以$BD=4$．

在$Rt\triangle ADB$中，$AB=\sqrt{BD^2+AD^2}=\sqrt{19}$，

所以$\sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}=\frac{4}{\sqrt{19}}$，$\cos\angle BAD=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$．

所以$\sin\angle BAP=\sin(\angle BAD-30°)=\sin\angle BAD\cos30°-\cos\angle BAD\sin30°$．

$=\frac{4}{\sqrt{19}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{57}}{38}$．

【解析】本题主要考查了余弦定理，三角形面积公式，正弦定理，三角函数的定义，两角差的正弦函数公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和数形结合思想，考查了转化思想，属于中档题．

（Ⅰ）在$\triangle APC$中，由余弦定理得$AP^2-4AP+4=0$，解得$AP=2$，可得$\triangle APC$是等边三角形，即可得解．

（Ⅱ）法 1：由已知可求$\angle APB=120°$.利用三角形面积公式可求$PB=3$.进而利用余弦定理可求 $AB$，在$\triangle APB$中，由正弦定理可求$\sin\angle BAP=\frac{3\sin120°}{\sqrt{19}}$的值．

法 2：作$AD\perp BC$，垂足为 $D$，可求：$PD=1, AD=\sqrt{3}, \angle PAD=30°$，利用三角形面积公式可求 $PB$，进而可求 $BD$，$AB$，利用三角函数的定义可求$\sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}=\frac{4}{\sqrt{19}}$，$\cos\angle BAD=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.利用两角差的正弦函数公式可求$\sin\angle BAP=\sin(\angle BAD-30°)$的值．

# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

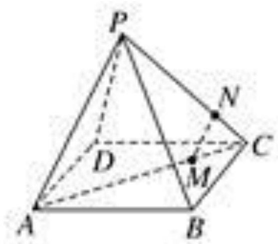
## 高一数学晚练（8）

班级____________姓名____________ 学号_________

**一、选择题（本大题共 3 小题，共 15 分）**

1. 两直线$l_1$与$l_2$异面，过$l_1$作平面与$l_2$平行，这样的平面(　　)

A. 不存在　　B. 有唯一的一个　　C. 有无数个　　D. 只有两个




2. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，$M$，$N$分别为$AC$，$PC$上的点，且$MN//$平面$PAD$，则（　　）

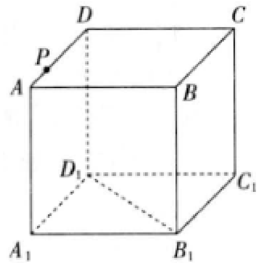
A. $MN//PD$　　B. $MN//PA$　　C. $MN//AD$　　D. 以上均有可能

3. 在$ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，若$\triangle ABC$为锐角三角形，且满足$\sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$，则下列等式成立的是(　　)

A. $a=2b$　　B. $b=2a$　　C. $A=2B$　　D. $B=2A$

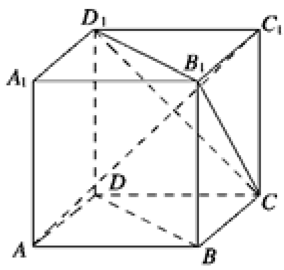
二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

5．若一个角两边和另一个角两边分别平行，一个角为$45°$，则另一个为________。




6．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为$a$，点$P$是棱$AD$上一点，且$AP=\frac{a}{3}$，过$B_1$，$D_1$，$P$的平面交底面$ABCD$于$PQ$，点$Q$在直线$CD$上，则$PQ=$________。

6. 在锐角$\triangle ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，已知$\frac{\sin B\sin C}{\sin A}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，$b=4a$，$a+c=5$，则$\triangle ABC$的面积为______________.




7. 如图，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体，下面结论中正确的是______ .

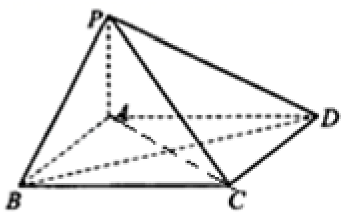
①$AC//$平面$CB_1D_1$；　　②$AC_1\perp$平面$CB_1D_1$；

③$AC_1$与底面$ABCD$所成角的正切值是$\frac{\sqrt{2}}{2}$；　　④$AD_1$与$BD$为异面直线.

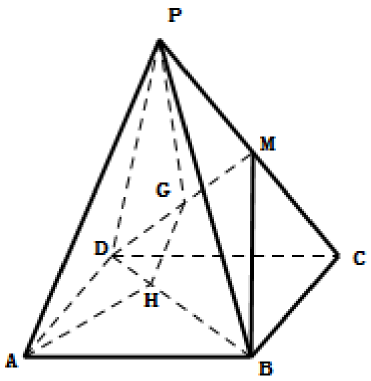
三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$ABCD$是菱形，$PA\perp$平面$ABCD$。

(1)求证：$BD\perp PC$；(2)若平面$PBC$与平面$PAD$的交线为$l$，求证：$BC//l$.



9. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 $P$ 是平面 $ABCD$ 外一点，$M$ 是 $PC$ 的中点，
在 $DM$ 上取一点 $G$，过 $G$ 和 $AP$ 作平面交平面 $BDM$ 于$GH$。 求证：(1)$AP//平面BDM$；(2)$AP//GH$.




10. 设$\triangle ABC$的内角 $A$、$B$、$C$ 的对边长分别为 $a$、$b$、$c$.设 $S$ 为$\triangle ABC$的面积，满足$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$.

(Ⅰ)求 $B$；(Ⅱ)若$b=\sqrt{3}$，求$(\sqrt{3}-1)a+2c$的最大值.

# 江苏省仪征中学 2018-2019 学年度第二学期

## 高一数学晚练（8）

班级____________姓名____________ 学号_________

**一、选择题（本大题共 3 小题，共 15 分）**

1. 两直线$l_1$与$l_2$异面，过$l_1$作平面与$l_2$平行，这样的平面(　　)

A. 不存在　　B. 有唯一的一个　　C. 有无数个　　D. 只有两个

【答案】$B$【解析】解：在$l_1$上取一点，做直线 $a$，使得$a//l_2$，

因为$l_1$与 $a$ 相交，所以确定一个平面，又因为$a//l_2$，所以$l_2$平行这个平面，

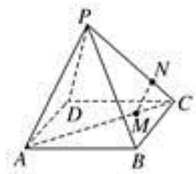
由公理三知满足条件的平面有且只有一个．故选 $B$.

在$l_1$上取一点，做直线 $a$，使得$a//l_2$，因为$l_1$与 $a$ 相交，所以确定一个平面，由公理三知满足条件的平面有且只有一个.

2. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，$M$，$N$ 分别为 $AC$，$PC$ 上的点，且$MN//$平面 $PAD$，则(　　)

A. $MN//PD$　　B. $MN//PA$　　C. $MN//AD$　　D. 以上均有可能

【答案】$B$【解析】【分析】




本题考查直线与平面平行的性质定理的应用，基本知识的考查.

直接利用直线与平面平行的性质定理推出结果即可.

【解答】解：四棱锥$P-ABCD$中，$M$，$N$ 分别为 $AC$，$PC$ 上的点，且$MN//$平面 $PAD$，

$MN\subset$平面 $PAC$，平面$PAC\cap$平面$PAD=PA$，由直线与平面平行的性质定理可得：$MN//PA$．故选：$B$.

3. 在 $ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，若$\triangle ABC$为锐角三角形，且满足$\sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C$，则下列等式成立的是(　　)

A. $a=2b$　　B. $b=2a$　　C. $A=2B$　　D. $B=2A$

【答案】$A$

【解析】解：在 $ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，满足$\sin B(1+2\cos C)=2\sin A\cos C+\cos A\sin C=\sin A\cos C+\sin(A+C)=\sin A\cos C+\sin B$，

可得：$2\sin B\cos C=\sin A\cos C$，因为$\triangle ABC$为锐角三角形，所以$2\sin B=\sin A$，

由正弦定理可得：$2b=a$．故选：$A$.

利用两角和与差的三角函数化简等式右侧，然后化简通过正弦定理推出结果即可.

本题考查两角和与差的三角函数，正弦定理的应用，考查计算能力.

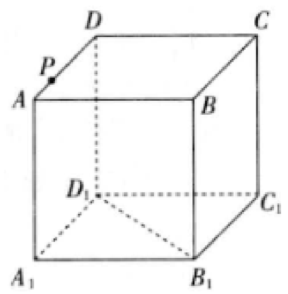
**二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）**

7．若一个角两边和另一个角两边分别平行，一个角为$45°$，则另一个为____________。

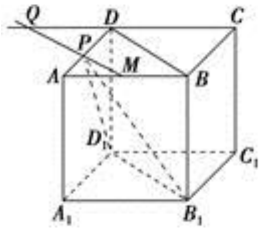
【答案】$45°$或$135°$【分析】本题考查平行公理与等角定理，直接根据定理即可求解，基础概念题型。

【解答】解：根据等角定理，如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行，则这两个角相等或互为相反数，所以本题答案为$45°$或$135°$。故填$45°$或$135°$。

8．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 $a$，点 $P$ 是棱 $AD$ 上一点，且 $AP=\frac{a}{3}$，过$B_1$，$D_1$，$P$ 的平面交底面 $ABCD$ 于 $PQ$，点 $Q$ 在直线 $CD$ 上，则$PQ=$________。



【答案】$\frac{2\sqrt{2}}{3}a$【解析】【分析】本题考查面面平行的性质，由面面平行被第三个平面截得的交线 $B1D1$，$PQ$ 平行，即可由平行公理得到 $BD//PQ$，再利用平面几何中的平行推得三角形相似，即可求解.




【解答】解：如下图：因为平面 $A1B1C1D1//$平面 $ABCD$，而平面 $B1D1P\cap$平面 $ABCD=PQ$，平面 $B1D1P\cap$平面 $A1B1C1D1=B1D1$，所以 $B1D1//PQ$，

又因为 $B1D1//BD$，所以$BD//PQ$，设$PQ\cap AB=M$，因为$AB//CD$，所以 $\triangle APM\backsim\triangle DPQ$，所以$\frac{PQ}{PM}=\frac{PD}{AP}=2$，即$PQ=2PM$，又知$\triangle APM\backsim\triangle ADB$，所以 $\frac{PM}{BD}=\frac{AP}{AD}=\frac{1}{3}$，所以$PM=\frac{1}{3}BD$，又$BD=\sqrt{2}a$，所以$PQ=\frac{2\sqrt{2}}{3}a$．故答案为$\frac{2\sqrt{2}}{3}a$．

6. 在锐角$\triangle ABC$中，角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，已知$\frac{\sin B\sin C}{\sin A}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，$b=4a$，$a+c=5$，则$\triangle ABC$的面积为__.

【答案】$\frac{3\sqrt{7}}{4}$【解析】【分析】由已知及正弦定理可求$\frac{b\sin C}{a}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，又$b=4a$，可求$\sin C$，利用同角三角函数基本关系式可求$\cos C$，利用余弦定理解得 $a$，$b$，$c$ 的值，进而利用三角形面积公式即可计算得解.
本题主要考查了正弦定理，同角三角函数基本关系式，余弦定理，三角形面积公式在解三角形中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题.

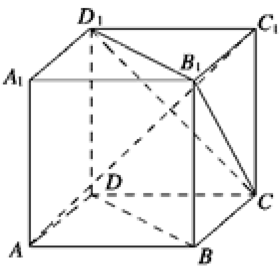
【解答】解：由正弦定理及$\frac{\sin B\sin C}{\sin A}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，得$\frac{b\sin C}{a}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$，又$b=4\alpha$，$\therefore\sin C=\frac{3\sqrt{7}}{8}$，$\because\triangle ABC$为锐角三角形，$\therefore\cos C=\frac{1}{8}$，$\therefore\cos C==\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+(4a)^2-(5-a)^2}{2a\times4a}=\frac{1}{8}$解得$a=1$，$b=4$，$c=4$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times1\times4\times\frac{3\sqrt{7}}{8}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$，故答案为$\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

7. 如图，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体，下面结论中正确的是_______ .

①$AC//$平面$CB_1D_1$；②$AC_1\perp$平面$CB_1D_1$；③$AC_1$与底面 $ABCD$ 所成角的正切值是$\frac{\sqrt{2}}{2}$；④$AD_1$与 $BD$ 为异面直线.

【答案】②③④【解析】【分析】本题考查直线与直线、直线与平面的位置关系的判断，解题时要认真审题，注意异面直线的判定，直线和平面平行、垂直的判定定理的应用.
由$AC\cap$平面$CB_1D_1=C$，能判断①不正确；由正方体的性质和直线与平面垂直的判定定理，能判断②正确；由线面角的求法能判断③正确；由异面直线判定定理，能判断④正确.

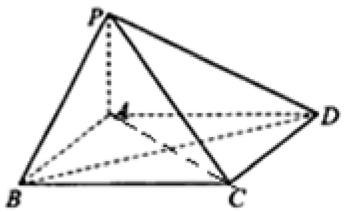



【解答】解：由$ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体，知：
①$\because AC\cap$平面$CB_1D_1=C$，$\therefore AC$与平面$CB_1D_1$相交，故①不正确；
②由正方体的性质，得$B_1D_1\perp A_1C_1$，$CC_1\perp B_1D_1$，故$B_1D_1\perp$平面$ACC_1A_1$，故$B_1D_1\perp AC_1$.
同理可得$B_1C\perp AC_1$.再根据直线和平面垂直的判定定理可得，$AC_1\perp$平面$CB_1D_1$，故②正确；③$AC_1$与底面 $ABCD$ 所成角的正切值$\tan\angle C_1AC=\frac{CC_1}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故③正确；
④$\because AD_1\cap$平面$ABCD=A$，$BD\subset$平面 $ABCD$，$A\notin BD$，
$\therefore$由异面直线判定定理，知$AD_1$与 $BD$ 为异面直线，故④正确．故答案为②③④.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 36 分）

8. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$ABCD$ 是菱形，$PA\perp$平面 $ABCD$

(1)求证：$BD \perp PC$；(2)若平面 $PBC$ 与平面 $PAD$ 的交线为 $l$，求证：$BC//l$.




【答案】证明：(1)连结 $AC$、$BD$，

∵在四棱锥$P-ABCD$中，$ABCD$ 是菱形，$PA\perp$平面 $ABCD$，

∴ $BD\perp AC$，$BD\perp PA$，∵ $PA\cap AC=A$，∴ $BD\perp$平面 $PAC$，

∵ $PC\subset$平面 $PAC$，∴ $BD\perp PC$.

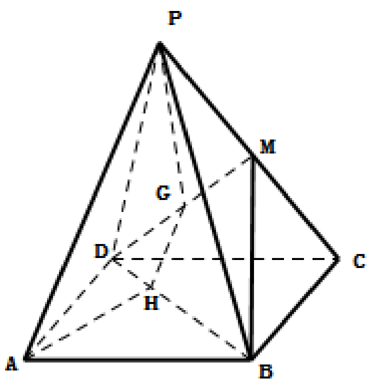
(2) ∵ $BC//AD$，$BC\not\subset$面 $PAD$，$AD\subset$面 $PAD$，

∴ $BC//$面 $PAD$. ∵平面 $PBC$ 与平面 $PAD$ 的交线为 $l$，∴ $BC//l$.

【解析】(1)根据 $ABCD$ 是菱形，及线面垂直的性质可得$BD\perp AC$，$BD\perp PA$，则有$BD\perp$平面 $PAC$，根据线面垂直的性质可得$BD\perp PC$.

(2)由题意$BC//$面 $PAD$，平面 $PBC$ 与平面 $PAD$ 的交线为 $l$，利用线面平行的性质可得$BC//l$.

9. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，点 $P$ 是平面 $ABCD$ 外一点，$M$ 是 $PC$ 的中点，在 $DM$ 上取一点 $G$，过 $G$ 和 $AP$ 作平面交平面 $BDM$ 于$GH$。求证：(1)$AP//平面BDM$；(2)$AP//GH$.




【答案】证明：(1)如图连 $AC$，交 $BD$ 于 $O$，连接 $OM$，

因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $O$ 是 $AC$ 的中点.

又 $M$ 是 $PC$ 的中点，所以$OM//AP$，

又$OM\subset$平面 $BDM$，$AP\not\subset$平面 $BDM$，所以$AP//$平面 $BDM$.

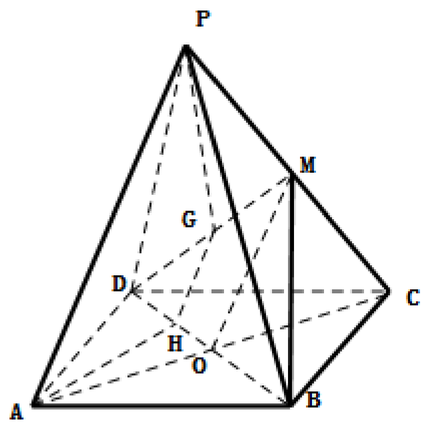
(2)因为经过 $AP$ 与点 $G$ 的平面交平面 $BDM$ 于 $GH$，$AP//$平面 $BDM$，$AP\subset$平面 $APGH$，平面$APGH\cap$平面$BDM=GH$，

所以由线面平行的性质定理得$AP//GH$.

【解析】本题考查线面平行的判定与性质，考查学生分析解决问题的能力，属于中档题.

(1)连 $AC$，交 $BD$ 于 $O$，连接 $OM$，证明$OM//AP$，即可证明$AP//$平面 $BDM$；

(2)由线面平行的性质定理得$AP//GH$.



10. 设$\triangle ABC$的内角 $A$、$B$、$C$ 的对边长分别为 $a$、$b$、$c$.设 $S$ 为$\triangle ABC$的面积，满足$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$.

(Ⅰ)求 $B$；(Ⅱ)若$b=\sqrt{3}$，求$(\sqrt{3}-1)a+2c$的最大值.

【答案】解：(Ⅰ)$\because S=\frac{1}{2}ac\sin B$，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$即$a^2+c^2-b^2=2ac\cos B$，

$\therefore S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$变形得：$\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2ac\cos B$，整理得：$\tan B=\sqrt{3}$，

又$0<B<\pi$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$,

(Ⅱ)$\because A+B+C=\pi$，$\therefore 0<A<\frac{2\pi}{3}$,

由正弦定理知$a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}\sin A}{\sin\frac{\pi}{3}}=2\sin A$,

$c=\frac{b\sin C}{\sin B}=2\sin(\frac{2\pi}{3}-A)$，$\therefore (\sqrt{3}-1)a+2c=2(\sqrt{3}-1)\sin A+4\sin(\frac{2\pi}{3}-A)$

$=2\sqrt{3}\sin A+2\sqrt{3}\cos A=2\sqrt{6}\sin(A+\frac{\pi}{4})\leq 2\sqrt{6}$,

当且仅当$A=\frac{\pi}{4}$时取最大值，故$(\sqrt{3}-1)a+2c$的最大值为$2\sqrt{6}$.

【解析】本题考查三角形面积公式正弦定理、余弦定理和三角函数的化简，正弦函数的图象和性质，属于中档题.

(Ⅰ)利用三角形的面积公式表示出 $S$，利用余弦定理表示出$\cos B$，代入已知等式求出$\tan B$的值，即可求出 $B$，

(Ⅱ)先求出 $A$ 的范围，再根据正弦定理表示出 $a$，$c$，根据两角和差的正弦公式，正弦函数的图象和性质即可求出最大值