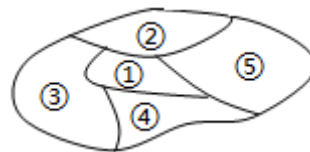


高二数学小题精练 (21.4.16)

1. 如图, 一个地区分为 5 个行政区域, 现给地图着色, 要求相邻区域不得使用同一颜色. 现有 4 种颜色可供选择, 则不同的着色方法共有_____种. (以数字作答)



2. 若 $C_{12}^{8x-1} = C_{12}^{4x+7}$, 则 $x =$ _____.
3. 利用组合数的性质进行计算:
 (1) $C_m^5 - C_{m+1}^5 + C_m^4 =$ _____; (2) $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \cdots + C_{10}^2 =$ _____.
4. 上午有 4 节课, 一个教师要上 3 个班级的课, 每个班 1 节课, 若不能连上 3 节, 则这个教师的课有_____种排法.
5. 证明 $(n+1)! - n! = n \cdot n!$, 并用它来化简 $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + 10 \times 10!$.

6. 现有 0, 1, 2, 3, 4, 5 六个数字. 用所给数字组成没有重复数字的五位数中, 比 40000 大的偶数有_____个.
7. 学校要从歌咏队 10 名队员中选派 6 人参加一场演出, 其中二重唱的 2 人要么都去, 要么都不去, 共有_____种选派方法.

8. 5 名男生和 4 名女生中选出 4 人去参加辩论比赛.

(1) 如果 4 人中男生和女生各 2 人, 有_____种不同选法.

(2) 如果男生中的甲与女生中的乙必须在内, 有_____种不同选法.

(3) 如果男生中的甲与女生中的乙至少要有 1 人在内, 有_____种不同选法.

1. 72 2. $\frac{1}{2}$ 3. $0 C_{11}^3$

4. 解: (1)由题意一天共有 $A_6^6 = 720$ 种不同排法;

(2)分成两类: 若空第二节, 则共有 $A_3^3 = 6$ 种不同排法,

若空第三节, 则共有 $A_3^3 = 6$ 种不同排法,

所以共有 $6 + 6 = 12$ 种不同排法.

5. 证明: $(n+1)! - n! = (n+1) \cdot n! - n! = n!(n+1-1) = n \cdot n!$, $\therefore (n+1)! - n! = n \cdot n!$,

$\therefore 1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + 10 \times 10! = 2! - 1! + 3! - 2! + \cdots + 11! - 10! = 11! -$

$1! = 11! - 1$.

6. 解: (1)能够组成四位数的个数为: $5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$ 个,

(2)首位是 4, 末尾是 0 或 2 的偶数有 $C_2^1 A_4^3 = 48$ 个;

首位是 5, 末尾是 0 或 2 或 4 的偶数有 $C_3^1 A_4^3 = 72$ 个;

$\therefore$ 在组成的五位数中比 40000 大的偶数个数为 $48 + 72 = 120$ 个;

7. 解: 根据题意, 分 2 种情况讨论:

①, 若二重唱的 2 人都去, 需要在其余 8 人中任选 4 人, 有 $C_8^4 = 70$ 种选派方法;

②, 若二重唱的 2 人都不去, 需要在其余 8 人中任选 6 人, 有 $C_8^6 = 28$ 种选派方法;

则一共有 $70 + 28 = 98$ 种选派方法.

8. 解: (1)从 5 名男生选 2 名 C_5^2 , 从 4 名女生中选 2 名 C_4^2 ,

共有 $C_5^2 \times C_4^2 = 60$ 种不同的选法;

$\therefore$ 如果 4 人中男生和女生各 2 人, 有 60 种不同选法;

(2)如果男生中的甲与女生中的乙必须在内, 则再从剩余的 7 名同学中选 2 名即可,

共有 $C_7^2 = 21$ 种不同的选法;

$\therefore$ 如果男生中的甲与女生中的乙必须在内, 有 21 种不同选法;

(3)如果男生中的甲与女生中的乙至少要有 1 人在内,

可以利用间接法, 从 9 名学生中选 4 名为 C_9^4 种,

4 名学生中没有甲, 也没有乙的有 C_7^4 种,

共有 $C_9^4 - C_7^4 = 91$ 种不同的选法;

$\therefore$ 如果男生中的甲与女生中的乙至少要有 1 人在内, 有 91 种不同选法.