江苏省仪征中学 2019-2020 学年第一学期

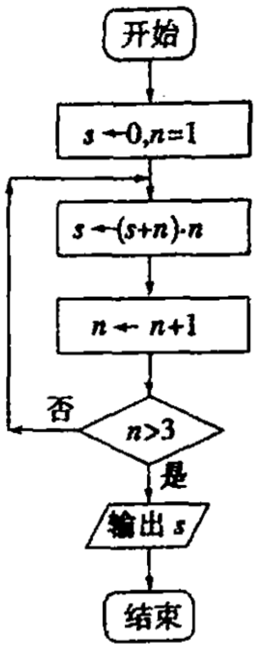
高三数学周三练习（15） 2020. 1. 8

一、填空题（本大题共 14 小题，每小题 5 分，计 70 分，不需写出解答过程，请将答案填在答题纸相应位置）

1. 已知集合 $A=\left\{x\left|(\frac{1}{2})^x<1\right.\right\}$，集合 $B=\left\{x\left|\lg x>0\right.\right\}$，则 $A\cup B=$______▲______·

2. 若复数 z 满足 $z\left(1+2i\right)=-3+4i$（i 是虚数单位），则复数 z 的实部是 ____▲____·

3. 右图是某算法的程序框图，则程序运行后输出的结果是_____▲_____.



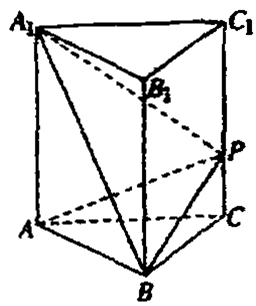
4. 现把某类病毒记作 X_mY_n，其中正整数 m，$n(m\le 6,n\le 8)$ 可以任意选取，则 m，n 都取到奇数的概率为____▲____

5·在样本的频率分布直方图中，共有 8 个小长方形，若中间一个小长方形的面积等于其他 7 个小长方形的面积的和的 $\frac{1}{5}$，且样本容量为 120，则中间一组的频数是_____▲_____·

6. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 与直线 $y=\sqrt{3}x$ 有交点，则离心率 e 的取值范围为 ____▲____.

7. 等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=1$，前 n 项和为 S_n，满足 $S_6-3S_5+2S_4=0$，则 $S_5=$ ____▲____·

8. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB=AA_1=3$，点 P 在棱 CC_1 上，则三棱锥 $P-ABA_1$ 的体积为 ______▲______________.



9. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5},0<\alpha<\pi$，则 $\sin^2\alpha+\sin 2\alpha=$ _____▲_____.

11·定义：如果函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left[a,b\right]$，可上存在 $x_0(a<x_0<b)$，满足 $f\left(x_0\right)=\frac{f\left(b\right)-f\left(a\right)}{b-a}$，则称 x_0 是函数 $y=f\left(x\right)$ 在区间 $\left[a,b\right]$ 上的一个均值点. 已知函数 $f\left(x\right)=4^x-2^{x+1}-m$ 在区间［［0, 1］］上存在均值点，则实数加的取值范围是_____▲_____.

12. 已知 $0<a<1,0<b<1$，且 $4ab-4a-4b+3=0$，则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值为.____▲____·

13．已知ΔABC中，$AB=3,AC=1$，且$\left|\lambda\overrightarrow{AB}+3(1-\lambda)\overrightarrow{AC}\right|(\lambda\in R)$的最小值为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，若$P$为边$AB$上任意一点,则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的最小值是 ▲ .

14. 已知函数$f(x)=-x^3+ax^2+4x+1$在$(0,2]$上是增函数，函数$g(x)=|\ln x-a|-2\ln x$,若$\forall x_1,x_2\in[e,e^3]$（e 为自然对数的底数）时，不等式$|g(x_1)-g(x_2)|\le 5$恒成立，则实数$a$的取值范围是 ▲ .

二、解答题（本大题共 6 小题，计 90 分，解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤，请把答案写在答题纸的指定区域内）

15．（本小题满分 14 分）

已如函数$f(x)=1+\sqrt{3}\cos 2x-2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

⑴求$f(x)$的最小正周期和单调递减区间；

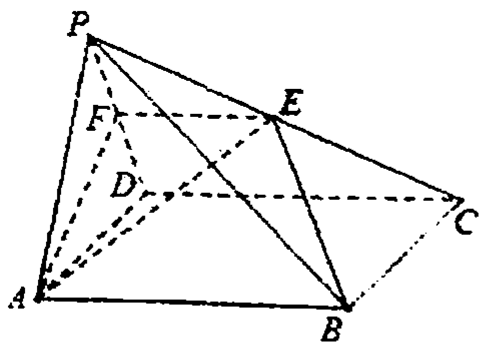
⑵若方程$f(x)-m=0$在区间$\left[\frac{\pi}{4},\pi\right]$上有两个不同的实*数解,*求实数$m$的取值范围。

16.（本小题满分 14 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中,底面$ABCD$是矩形,点E是棱PC的中点，平面ABE与棱 *PD 交于点 F.*

⑴求证：$AB\parallel EF$；

⑵ $PA=AD$,且$PA\perp CD$，求证：$AF\perp$平面FCD.

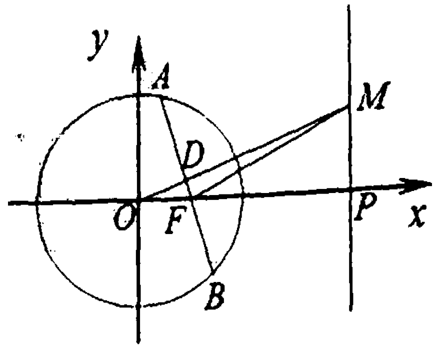


17·(本小题满分 14 分)

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的离率为$\dfrac{1}{2}$，并且椭圆$C$过点$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$

(1) 求C 的方程；

(2) 直线l为椭圆C的右准线，直线l与x轴的交点记为F,过右焦点F 的直线与椭圆C交于两点. 设点M 在直线l上，且满足$MF\perp AB$，若直线OM与线段MB交于点D。. 求证：点D为线段AB的中点.

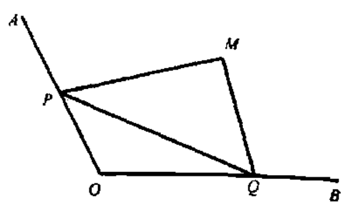


18.(本小题满分 16 分)

某沿海特区为了缓解建设用地不足的矛盾，决定进行围海造陆以增加陆地面积•如图， 两海岸线OA，帥所成角为$\dfrac{2\pi}{3}$，现欲在海岸线OA，OB上分别取点P，Q修建海堤，以便围成三角形陆地OPQ,已知海堤PQ长为 6 千米.

(1) 如何选择P，Q的位置，使得ΔOPQ的面积最大；

(2) 若需要进一步扩大围海造陆工程，在海堤PQ的另一侧选取点修建海堤MP,MQ围成四边形陆地·当海堤与的长度之和为 10 千米时，求四边形$MPOQ$面积的 最大值.



19.　（本小题满分 16 分）

已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和S_n满足$2S_n=3\left(a_n-1\right)\left(n\in N*\right)$.

（1）　求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）　记$b_n=\dfrac{a_n}{\left(a_n-1\right)\left(a_{n+1}-1\right)}$，$T_n$是数列$\left\{b_n\right\}$的前$n$项和，求证：$T_n<\dfrac{1}{4}\left(n\in N^*\right)$；

（3）　记$c_n=\dfrac{a_n}{a_n+2}$，是否存在互不相等的正整数加m,s,t，使m,s,t成等差数列，且

c_m-1,c_5-1,c_1-1成等比数列？如果存在，求出所有符合条件的加 m，s，t；如果 不存在，请说明理由.

20.　（本小题满分 16 分）

已知函数$f\left(x\right)=x^3+\left|ax-3\right|-2,a>0$ ·

（1）　当$a=2$时，求函数$y=f\left(x\right)$的单调递增区间；

（2）　若函数$y=f\left(x\right)$只有一个零点，求实数a的取值范围；

（3）　当$0<a<1$时，试问：过点$P\left(2,0\right)$存在几条直线与曲线$y=f\left(x\right)$相切？