题型一　竖直面内的圆周运动

1.答案　B

解析　“水流星”在最高点的临界速度 $v=\sqrt{gL}=4\ \text{m/s}$，由此知绳的拉力恰好为零，且水恰好不流出，故选 B.

2. 答案　B

解析　在最高点有：$F_1+mg=m\frac{v^2}{R}$，解得：$F_1=m\frac{v^2}{R}-mg$；在最低点有：$F_2-mg=m\frac{v^2}{R}$，解得：$F_2=mg+m\frac{v^2}{R}$.所以由牛顿第三定律可知，$F_2'-F_1'=F_2-F_1=2mg$，B 正确.

3. 答案　ABC

解析　在最高点，只有重力提供向心力时，由 $mg=m\frac{v_0^2}{R}$，解得 $v_0=\sqrt{gR}$，此时小球对管内壁无压力，选项 A 正确；若 $v_0>\sqrt{gR}$，则有 $mg+F_N=m\frac{v_0^2}{R}$，表明小球对管内上壁有压力，选项 B 正确；若 $0<v_0<\sqrt{gR}$，则有 $mg-F_N=m\frac{v_0^2}{R}$，表明小球对管内下壁有压力，选项 C 正确；综上分析，选项 D 错误.

4. 答案　BD

解析　以小球为研究对象，设在最高点时杆对小球的作用力大小为 F，方向竖直向上，小球刚好能通过最高点 P，速度为零，根据牛顿第二定律得，$mg-F=\frac{mv^2}{r}=0$，即有 $F=mg$，再由牛顿第三定律得，小球在最高点时对杆的作用力大小也为 mg，方向竖直向下，故 A 错误，B 正确；对于小球，在最高点时：若 $v<\sqrt{gr}$，杆对球的作用力方向竖直向上，$F=mg-\frac{mv^2}{r}$，增大小球的初速度，杆对球的作用力 F 减小，则球对杆的力减小，故 C 错误；若 $v>\sqrt{gr}$，杆对球的作用力方向竖直向下，由 $mg+F=\frac{mv^2}{r}$，得 $F=\frac{mv^2}{r}-mg$，当速度 v 增大时，杆对球的作用力 F 增大，则球对杆的力增大，故 D 正确.

题型二　圆锥摆模型　水平面内圆周运动的临界问题

5.答案　CD

6. 答案　AC

解析　对任一小球进行研究，设细线与竖直方向的夹角为 θ，竖直方向受力平衡，

则：$F_T\cos\theta=mg$

解得 $F_T = \frac{mg}{\cos\theta}$

所以细线 L_1 和细线 L_2 所受的拉力大小之比为：

$\frac{F_{T1}}{F_{T2}} = \frac{\cos 30°}{\cos 60°} = \frac{\sqrt{3}}{1}$，故 A 正确；

小球所受合力的大小为 $mg\tan\theta$，根据牛顿第二定律得：

$mg\tan\theta = mL\omega^2\sin\theta$，得：$\omega = \sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$，

故两小球的角速度大小之比为：$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{\cos 30°}{\cos 60°}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{1}$，故 B 错误；

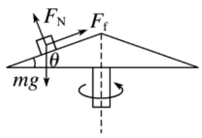
小球所受合力提供向心力，则向心力为：$F_n = mg\tan\theta$

小球 m_1 和 m_2 的向心力大小之比为：$\frac{F_{n1}}{F_{n2}} = \frac{\tan 60°}{\tan 30°} = 3$，故 C 正确；

两小球角速度大小之比为：$\sqrt[4]{3}$∶1，由 $v = \omega r$ 得线速度大小之比为 $\sqrt{3\sqrt{3}}$∶1，故 D 错误.

7．答案　AD

解析　对物体进行受力分析，如图所示，根据向心力公式得 $F_f\cos\theta - F_N\sin\theta = mr\omega^2$



在竖直方向有 $F_f\sin\theta + F_N\cos\theta = mg$

解得 $F_N = mg\cos\theta - mr\omega^2\sin\theta$

$F_f = mg\sin\theta + mr\omega^2\cos\theta$

圆锥体旋转角速度缓慢增大时，物体受到的支持力 F_N 减小，静摩擦力增大，故 A、D 正确；

物体受到的合外力提供向心力，$F_合 = m\omega^2 r$

随着转速的增大，合外力增大，故 B 错误；

圆锥对物体的作用力与物体重力的合力即为物体的合外力，由于合外力变化，则圆锥对物体的作用力变化，故 C 错误.

8．答案　AC

解析　杆和球在竖直面内做匀速圆周运动，它们的角速度相同，B 球做圆周运动的半径是 A 球的 2 倍，由 $v = r\omega$ 可知，B 球的线速度 v_B 是 A 球的线速度 v_A 的 2 倍，$v_B = 2v_A$，在最低

点，由向心力公式 $F-mg=m\frac{v^2}{r}$，得杆对 A 球的作用力 $F_A=mg+m\frac{v^2}{L}$，杆对 B 球的作用力为 $F_B=mg+m\frac{2v^2}{L}$，所以在最低点，$F_B>F_A$，而杆对球 A、B 的最大约束力相同，故 B 球在最低点较 A 球在最低点更易脱离轨道，故 A 正确；假设 A 球在最高点受杆的拉力 F_A'，由向心力公式 $mg+F_A'=m\frac{v^2}{r}$可知，A 球在最高点受杆的拉力 $F_A'=m\frac{v^2}{L}-mg$，球 B 在最低点时杆对 B 球的作用力为拉力，$F_B=mg+m\frac{2v^2}{L}=3mg$，则 $v=\sqrt{gL}$，所以 $F_A'=0$，即 A 球在最高点不受杆的拉力，故 B 错误；若某一周 A 球在最高点和 B 球在最高点受杆的力大小相等，因 $v_B=2v_A$，所以 A 球受杆的支持力、B 球受杆的拉力，故 C 正确；当 $v_B=\sqrt{2gL}$时，$v_A=\frac{\sqrt{2gL}}{2}$，B 球受到杆的作用力为 0，而 A 球受到杆的作用力为$\frac{mg}{2}$，故 D 错误.

9．答案　AC

解析　小木块 a、b 做匀速圆周运动时，由静摩擦力提供向心力，即 $F_f=m\omega^2R$.当角速度增大时，静摩擦力增大，当增大到最大静摩擦力时，发生相对滑动，对木块 a：$F_{fa}=m\omega_a^2l$，当 $F_{fa}=kmg$ 时，$kmg=m\omega_a^2l$，可得 $\omega_a=\sqrt{\frac{kg}{l}}$；对木块 b：$F_{fb}=m\omega_b^2\cdot 2l$，当 $F_{fb}=kmg$ 时，$kmg=m\omega_b^2\cdot 2l$，可得 $\omega_b=\sqrt{\frac{kg}{2l}}$，所以 b 先达到最大静摩擦力，即 b 先开始滑动，选项 A、C 正确；两木块滑动前转动的角速度相同，则 $F_{fa}=m\omega^2l$，$F_{fb}=m\omega^2\cdot 2l$，$F_{fa}<F_{fb}$，选项 B 错误；$\omega=\sqrt{\frac{2kg}{3l}}<\omega_a$，$a$ 没有滑动，则 $F_{fa}=m\omega^2l=\frac{2}{3}kmg$，选项 D 错误.

10．答案　$3R$

解析　两个小球在最高点时，受重力和管壁的作用力，这两个力的合力提供向心力，离开轨道后两球均做平抛运动，A、B 两球落地点间的距离等于它们平抛运动的水平位移之差.

对 A 球，由牛顿第二定律得

$$3mg+mg=m\frac{v_A^2}{R}$$

解得 A 球通过最高点 C 时的速度大小为 $v_A=2\sqrt{gR}$

对 B 球，由牛顿第二定律得

$$mg-0.75mg=m\frac{v_B^2}{R}$$

解得 B 球通过最高点 C 时的速度大小为 $v_B=\frac{\sqrt{gR}}{2}$

A、B 球做平抛运动的时间相同，由 $2R=\frac{1}{2}gt^2$ 可得 $t=\sqrt{\frac{2\times 2R}{g}}=2\sqrt{\frac{R}{g}}$

两球做平抛运动的水平位移分别为

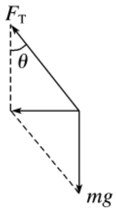
$x_A=v_At=4R$

$x_B=v_Bt=R$

A、B 两球落地点间的距离 $\Delta x=x_A-x_B=3R$.

11．答案　(1)$\frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s　(2)$2\sqrt{5}$ rad/s

解析　(1)若小球刚好要离开锥面，则小球只受到重力和细线的拉力，受力分析如图所示．小球做匀速圆周运动的轨迹圆在水平面上，故向心力水平，在水平方向运用牛顿第二定律及向心力公式得



$mg\tan\theta=m\omega_0^2l\sin\theta$

解得 $\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$ rad/s

(2)当细线与竖直方向成 60°角时，小球已离开锥面，由牛顿第二定律及向心力公式得 $mg\tan\alpha=m\omega'^2l\sin\alpha$

解得 $\omega'=\sqrt{\frac{g}{l\cos\alpha}}=2\sqrt{5}$ rad/s

12．答案　$\sqrt{\frac{g(1-\mu)}{r}}\leqslant\omega\leqslant\sqrt{\frac{g(1+\mu)}{r}}$

解析　当 A 将要沿转盘背离圆心滑动时，A 所受的摩擦力为最大静摩擦力，方向指向圆心，此时 A 做圆周运动所需的向心力为绳的拉力与最大静摩擦力的合力，即

$F+F_{fmax}=mr\omega_1^2$①

由于 B 静止，故有 $F=mg$②

又 $F_{fmax}=\mu F_N=\mu mg$③

由①②③式可得 $\omega_1=\sqrt{\frac{g(1+\mu)}{r}}$

当 A 将要沿转盘向圆心滑动时，A 所受的摩擦力为最大静摩擦力，方向背离圆心，此时 A 做圆周运动所需的向心力为 $F-F_{\mathrm{fmax}}=mr\omega_2{}^2$④

由②③④式可得 $\omega_2=\sqrt{\frac{g(1-\mu)}{r}}$

故要使 A 随转盘一起转动而不滑动，其角速度 ω 的范围为 $\omega_2\leqslant\omega\leqslant\omega_1$，即$\sqrt{\frac{g(1-\mu)}{r}}\leqslant\omega\leqslant\sqrt{\frac{g(1+\mu)}{r}}$.